Розв'язання та відповіді до збірника задач і завдань для тематичного оцінювання

9 ГЕОМЕТРІЯ

А.Г. Мерзляк
В.Б. Полонський
Е.М. Рабінович
М.С. Якір

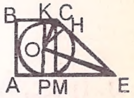
ПП Вдовиченко

Київ
2005

3. $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$; $\cos^2\alpha=1-(\frac{2\sqrt{6}}{5})^2=\frac{1}{25}$; $\cos\alpha=\frac{1}{5}$

$c^2=9^2+14^2-2\cdot9\cdot14\cdot\frac{1}{5}=226{,}6$, $c=\sqrt{226{,}6}$ см.

4. $\angle CEA=180-150=30°$, $CE=\frac{CM}{\sin 30°}=2\cdot12\cdot2=48$ см. Центр вписаного кола лежить на перетині бісектрис, $\Delta KOC=\Delta COH$ і $\Delta EOH=\Delta EOP$ (за гострим кутом). $KC=KO\text{tg}15°=6\sqrt{3}$ см,



$BK=r=12$ см. $BC=12+6\sqrt{3}$ см, $ME=48\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=24\sqrt{3}$ см,

$AE=12+6\sqrt{3}+24\sqrt{3}=12+30\sqrt{3}$ см. $S=\frac{a+b}{2}h=\frac{12+6\sqrt{3}+12+30\sqrt{3}}{2}\cdot24=144(2+3\sqrt{3})$ см^2.

Розв'язання та відповіді до

збірника задач і завдань для тематичного оцінювання з геометрії для 9 класу

авторів: А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, Ю. М. Рабінович, М. С. Якір

ПП Вдовиченко
Київ

ББК 22.141я75
С83

Вдовиченко О. Ю.
С83 Розв'язання задач до збірника задач та завдань для тематичного оцінювання з геометрії для 9 класу під авторством А.Г. Мерзляка, В.Б. Полонського, Ю.М. Рабіновича, М.С.Якіра. – Київ: ПП Вдовиченко, 2004 — 112 : іл..

ЗМІСТ

ВІДПОВІДІ НА ТРЕНУВАЛЬНІ ВПРАВИ
ВАРІАНТ № 1. ---------- 3
ВАРІАНТ № 2. ---------- 38
ВАРІАНТ № 3 ---------- 73

ВІДПОВІДІ НА ЗАВДАННЯ ДЛЯ ТЕМАТИЧНОГО ОЦІНЮВАННЯ

ВАРІАНТ № 1 ---------- 108
ВАРІАНТ № 2 ---------- 110

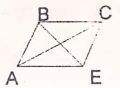
Посібник містить розв'язання та відповіді до збірника задач і завдань для тематичного оцінювання з геометрії для 9 класу. Авторів: Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Рабінович Ю. М., Якір М. С.

Призначений для батьків, вчителів і учнів, для використання в середніх учбових закладах усіх типів.

ББК 22.121я75
С83

© ПП. Вдовиченко. « В » 2004

5. $BC = AB + 6$ (за умовою). Тоді $21^2 = AB^2 + (AB+6)^2 - 2AB(AB+6)\cos 120^\circ$; $AB = 9$ см, $BC = 9 + 6 = 15$ см.



$BE^2 = 9^2 + 15^2 - 2\cdot 9\cdot 15\cdot\cos 60^\circ = 3\sqrt{19}$ см.

Тематичне оцінювання №3.

1. 1) $\angle_{вн.} = \frac{180(n-2)}{n} = \frac{180(10-2)}{10} = 144^\circ$; 2) $\angle_{зовн.} = 180 - \angle_{вн.} = 180 - 144 = 36^\circ$.
2. $R = \frac{180l}{\pi n} = \frac{180\cdot 10}{225\pi} = \frac{8}{\pi}$ м.
3. $\angle_{вн.} = \angle_{зовн.} + 108$, $\angle_{зовн.} + \angle_{зовн.} + 108 = 180^\circ$, $\angle_{зовн.} = 36^\circ$, $\angle_{вн.} = 144^\circ$.

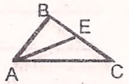
   $\angle_{вн.} = \frac{180(n-2)}{n}$; $n = \frac{360}{180-144} = 10$.
4. Для шестикутника дане коло буде описаним, для квадрата – вписаним. Тоді $R = a = 4$ см, сторона квадрата: $a_{\square} = 2R = 2\cdot 4 = 8$ см.
5. $R = \frac{a}{2\sin\frac{180}{n}}$; $r = \frac{a}{2\mathrm{tg}\frac{180}{n}}$. $2R\sin\frac{180}{n} = a$; $8 = 2\cdot 4\sqrt{2}\sin\frac{180}{n}$, $\sin\frac{180}{n} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\frac{180}{n} = 45^\circ$,

   $\angle_{вн.} = 180 - 2\frac{180}{n} = 180 - 2\cdot 45 = 90^\circ$. $n = \frac{360}{180-90} = 4$. $r = \frac{a}{2} = 4$ см.

Тематичне оцінювання №4.

1. $S = \frac{a+b}{2}h = \frac{8+4}{2}\cdot 3 = 18$ см^2.
2. Знайдемо висоту: $h = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$ см, тоді $S = \frac{1}{2}\cdot 16\cdot 15 = 120$ см^2.
3. $r = \frac{a}{2\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{2\cdot 3} = \sqrt{3}$ см, $S = \pi r^2 = \pi(\sqrt{3})^2 = 3\pi$ см^2.
4. Многокутники подібні, отже $\frac{S}{S_1} = k^2 = \frac{4}{9}$; $\frac{P}{P_1} = k = \frac{2}{3}$. Тоді

   $P_1 - \frac{2}{3}P_1 = 47$, $P_1 = 141$ см^2, $P = \frac{2}{3}\cdot 141 = 94$ см^2.
5. AE – бісектриса, тоді $\frac{AB}{BE} = \frac{AC}{CE}$; $AB = \frac{6}{10}AC = \frac{3}{5}AC$. Звідси,



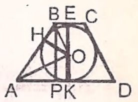
   $AC^2 - (\frac{3}{5}AC)^2 = 16^2$; $AC = 20$ см, $AB = \frac{3}{5}\cdot 20 = 15$ см.

   $S = \frac{1}{2}AB\cdot BC = \frac{1}{2}\cdot 15\cdot 16 = 120$ см^2.

Тематичне оцінювання №5.

1. 1) $\frac{12}{2} = 6$ см; 2) $a = 2\sqrt{13^2 - 12^2} = 10$ см; 3) $\cos\alpha = \frac{5}{13}$; 4) $S = \frac{1}{2}\cdot 5\cdot 12 = 30$ см^2.
2. Найменша висота трикутника буде проти найменшої сторони. Позначимо один з відрізків на які ця висота розбиває сторону трикутника через x, тоді $37^2 - (15+x)^2 = 26^2 - x^2$, $x = 15{,}6$ см. $h = \sqrt{26^2 - 15{,}6^2} = 20{,}8$ см.

4. $\angle BAD=180-120=60°$, $EK=AB\sin 60°=6\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=9$ см. Центр вписаного кола лежить на перетині бісектрис, $\Delta AHO=\Delta AOK$ і $\Delta OHB=\Delta OBE$ (за гострим кутом). $AP=AB\cos 60°=3\sqrt{3}$ см,



$OE=\frac{1}{2}EK=\frac{9}{2}$ см. $BE=OEtg30°=\frac{9}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$ см, $BC=2\cdot\frac{3\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$ см.

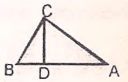
$AD=BC+2AP=9\sqrt{3}$ см. $S=\frac{a+b}{2}h=\frac{3\sqrt{3}+9\sqrt{3}}{2}\cdot 9=54\sqrt{3}$ см^2.

Варіант 2.

Тематичне оцінювання №1.

1. $\frac{AB}{A_1B_1}=\frac{BC}{B_1C_1}=\frac{AC}{A_1C_1}$; $AC=\frac{5}{15}\cdot 21=7$ см, $A_1B_1=\frac{15}{5}6=18$ см.
2. $\angle EDF$ - вписаний, $\angle EOF$ - відповідний йому центральний. Тоді $\angle EOF=2\angle EDF=2\cdot 39=78°$.

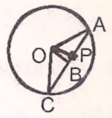
3. Знайдемо коефіцієнт подібності: $P=4+7+8=19$ см, $k=\frac{a+c}{a'+c'}=\frac{3+8}{22}=\frac{1}{2}$. Тоді $a'=ak=3\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$ см, $b'=6\cdot\frac{1}{2}=3$ см, $c'=8\cdot\frac{1}{2}=4$ см.
4. ΔADC і ΔBCD – подібні (за двома кутами), тоді $\frac{AB}{BC}=\frac{BC}{BD}$;



$BC^2=AB\cdot BD=12\cdot 8=96$, $BC=4\sqrt{6}$ см, $AC=\sqrt{12^2-(4\sqrt{6})^2}=4\sqrt{3}$ см.

$CD=\sqrt{(4\sqrt{6})^2-8^2}=4\sqrt{2}$ см.

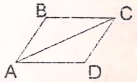
5. $AO=CO=6$ см, $PC=5$ см, $AP=4$ см, (за умовою). Тоді $AC=4+5=9$ см, $AB=\frac{1}{2}AC=\frac{9}{2}$см, $BP=\frac{1}{2}$см. Звідси,



$OB=\sqrt{6^2-(\frac{9}{2})^2}=\frac{3}{2}\sqrt{7}$ см. $OP=\sqrt{(\frac{1}{2})^2+(\frac{3}{2}\sqrt{7})^2}=4$ см.

Тематичне оцінювання №2.

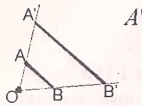
1. $a^2=4^2+6^2-2\cdot 4\cdot 6\cdot\cos 120°=76$; $a=2\sqrt{19}$ см.
2. $\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}$; $b=\frac{3\sqrt{2}\sin 45°}{\sin 60°}=2\sqrt{3}$ см.
3. $\angle C=180-\angle B-\angle A=120°$. $\frac{AB}{\sin\angle C}=\frac{BC}{\sin\angle A}=\frac{AC}{\sin\angle B}$; $BC=\frac{AB\sin\angle A}{\sin\angle C}=$
$=\frac{9\cdot\sin 40°}{\sin 120°}=6,7$ см, $AC=\frac{AB\sin\angle B}{\sin\angle C}=\frac{9\cdot\sin 20°}{\sin 120°}=3,6$ см.
4. $\angle BAC=\angle ACE$ і $\angle BCA=\angle CAE$ (внутрішні навхрестлежачі)
Тоді $\angle B=180-\alpha-\beta$, $\frac{AC}{\sin\angle B}=\frac{AB}{\sin\angle C}=\frac{BC}{\sin\angle A}$; $AB=\frac{a\sin\beta}{\sin\alpha}$,
$AC=\frac{a\sin(\alpha+\beta)}{\sin\alpha}$.



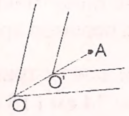
ТРЕНУВАЛЬНІ ВПРАВИ

Варіант 1

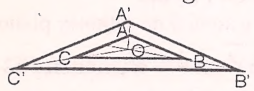
1. $A'B'=3AB=6$ *см.*



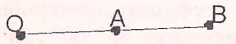
2.



3.



4.



5. $k=\frac{x_a}{x_b}=\frac{y_a}{y_b}$; $k=\frac{1}{2}$.
6. Ні. Паралельні прямі рівні.
7. Гомотетія є перетворенням подібності. **Відповідь: ні.**
8. $k=\frac{AB}{A_1B_1}=2$, BC = 2 · 8 = 16 см, AC = 2 · 9 18 см.
9. Сторони подібних трикутників відносяться однаково. Тоді:
   1) P = 7k + 6k + 3k = 16k. 16k = 8, k = 0,5. **Відповідь: 3,5 см, 3 см, 1,5 см;**
   2) 3k = 6, k = 2. **Відповідь: 14 см, 12 см, 6 см;**
   3) 7k = 28, k = 4. **Відповідь: 28 см, 24 см, 12 см;**
   4) 7k – 3k = 20, k = 5. **Відповідь: 35 см, 30 см, 15 см.**
10. Сторони подібних многокутників відносяться однаково. Отже, P = 4k + 5k + 7k + 8k +9k = 99 см, k = 3. **Відповідь: 12 см, 15 см, 21 см, 24 см, 27 см.**
11. Сторони подібних трикутників відносяться однаково. Отже, 6k = 18, k = 3. **Відповідь: 12 см, 21 см.**
12. Сторони подібних трикутників відносяться однаково. Введемо Коефіцієнт пропорційності x. Тоді 3x + 3kx = 36, $k=\frac{12}{x}-1$. Периметр трикутника дорівнює сумі його сторін. Отже, $k=\frac{P_1}{P}=\frac{7}{5}$; $\frac{12}{x}-1=\frac{7}{5}$, x = 5. **Відповідь: сторони першого Δ: 15 см, 35 см і 40 см; другого: 21 см, 49 см і 56 см.**
13. Якщо, два кута одного трикутника дорівнюють двом кутам іншого трикутника, то такі трикутники подібні.
    а) ∠ AEB = ∠ DEC (як вертикальні), ∠ BAE = ∠ ECD (за умовою). Трикутники ABE і ECD – подібні;
    б) ∠ BED = ∠ BAC (за умовою), ∠ ABC – спільний. ΔABC і ΔBED подібні;
    в) ∠ BDC = ∠ ABC (за умовою), ∠ BCA – спільний. ΔABC і ΔDBC подібні.
14. У рівнобедрених трикутниках кути при основі рівні і дорівнюють (180 - α)/2, де α – кут при вершині. Отже, якщо кути при вершині рівні, трикутники подібні.
15. Якщо, кути при вершині двох рівнобедрених трикутників рівні, то такі три-

кутники подібні (задача №14). У подібних трикутників відношення сторін однакове. Введемо коефіцієнт пропорційності x. Тоді,

1) P = x + 4x + 4x, x = 30. **Відповідь: основа - 30 см, бічна - 120 см;**

2) а) основа більша за бічну сторону: P = 7x + 4x + 4x, x = 18;

б) бокова сторона більша за основу: P = 4x + 7x + 7x, x = 15.

Відповідь: а) основа - 126 см, бічна - 72 см; б) 60 см і 105 см.

16. Якщо, кути при вершині двох рівнобедрених трикутників рівні, то такі трикутники подібні (задача №14). Бічна сторона першого трикутника: $\sqrt{4^2+3^2}=5$ см. Отже, основа і бічні сторони даного трикутника відносяться як 5:8. Тоді P = 8x + 5x + 5x, x = 3. **Відповідь: 24 см і 15 см.**

17. Два прямокутні трикутники подібні, якщо мають хоча б по одному рівному гострому куту. Отже, $P = 5x + 12x + \sqrt{(5x)^2+(12x)^2}$, x = 4. **Відповідь: 52 см.**

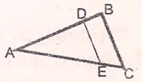
18. Сума кутів трикутника дорівнює 180°. Введемо коефіцієнт пропорційності x. Тоді 3x + 5x + 7x = 180, x = 12. Кути даного трикутника: 36°, 60° і 84°. Позначимо величину першого кута шуканого трикутника – y. Отже, y + (y + 24) + + (y – 24) = 180°, y = 60°. Кути шуканого трикутника: 36°, 60° і 84°.
Відповідь: трикутники подібні.

19. Якщо дві сторони одного трикутника пропорційні двом сторонам другого трикутника і кути, утворені цими сторонами, рівні, то трикутники подібні. Отже, $\frac{18}{15}=\frac{6}{5}=\frac{12}{10}$, $\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$. **Відповідь: трикутники подібні.**

20. а) Припустимо, $\angle ABD = \alpha$. Тоді $\angle BAC = 180 - 2\alpha - \angle DBC$, $\angle ADB = 180 - \alpha - \angle BAD = 180 - 2\alpha - \angle DBC$; $\angle ADB = 180 - \angle BDC = \alpha + \angle DBC$. Звідси, $\alpha + \angle DBC = 180 - 2\alpha - \angle DBC$, $\angle DBC = 90 - 1{,}5\alpha$. Маємо: $\angle BDC = 90 + 0{,}5\alpha$; $\angle ADB = 90 - 0{,}5\alpha$; $\angle BAD = 90 - 0{,}5\alpha$; $\angle ABC = 90 - 0{,}5\alpha$. Отже, $\angle BAD = \angle ABC$ і $\angle ABD = \angle ACB$. ΔABC і ΔABD – подібні;
б) AB · BM = BC · BN (за умовою), значить BM : BN = BC : AB, ∠ B - спільний. Трикутники ABC і MBN подібні;
в) BC : AC = 16 : 12 = 4 : 3, AC : KC = 12 : 9 = 4 : 3, ∠ C – спільний. Трикутники ABC і AKC – подібні.

21. $\angle A = \angle A_1$, $AB : A_1B_1 = 3{,}5$ і $AC : A_1C_1 = 3{,}5$ (за умовою). Тобто, дані трикутники подібні. У подібних трикутників відношення сторін однакове, значить $BC = 3{,}5B_1C_1$. Отже $B_1C_1 + 3{,}5B_1C_1 = 18$, $B_1C_1 = 4$ см, BC = 14 см.

22. У подібних трикутників відношення сторін однакове, значить AD : AE = AB : AC. Перевіримо це, 12 : 15 = 16 : 20, 4 : 5 = 4 : 5.
Відповідь: трикутники ABC і ADE подібні.



23. У подібних трикутників сторони пропорційні. Тоді $\frac{AB}{A_1B_1}=\frac{BC}{B_1C_1}=\frac{AC}{A_1C_1}$, $\frac{30}{5}=\frac{42}{7}=\frac{54}{9}$, 6 = 6 = 6. **Відповідь: дані трикутники подібні.**

24. $\frac{AB}{AC}=\frac{BC}{CD}=\frac{AC}{AD}$, $\frac{12}{18}=\frac{8}{12}=\frac{18}{27}$, $\frac{2}{3}=\frac{2}{3}=\frac{2}{3}$. У подібних трикутників сторони пропорційні, отже трикутники ABC і ACD подібні.

25. 1) $\frac{5}{15}=\frac{8}{24}=\frac{9}{27}$, $\frac{1}{3}=\frac{1}{3}=\frac{1}{3}$. Так, $k=\frac{1}{3}$; 2) $\frac{2}{8}=\frac{5}{18}=\frac{6}{20}$, $\frac{1}{4}\neq\frac{5}{18}\neq\frac{3}{10}$. Ні.

26. У подібних трикутників відношення сторін однакове. 25 : 35: 45 = 5 : 7 : 9.
Відповідь: трикутники подібні.

27. Гіпотенуза першого трикутника дорівнює 10 см (за теоремою Піфагора). Ко-

Тематичне оцінювання №3.

1. 1) $\angle_{вн.}=\frac{180(n-2)}{n}=\frac{180(8-2)}{8}=135°$; 2) $\angle_{зовн.}=180-\angle_{вн.}=180-135=45°$.

2. $l=\frac{\pi R}{180}\cdot n=\frac{16\pi}{180}\cdot 54=4{,}8\pi$ см.

3. $\angle_{вн.}=11\angle_{зовн.}$, $\angle_{зовн.}+11\angle_{зовн.}=180°$, $\angle_{зовн.}=15°$, $\angle_{вн.}=165°$.

$\angle_{вн.}=\frac{180(n-2)}{n}$; $n=\frac{360}{180-165}=24$.

4. Для трикутника дане коло буде описаним, для шестикутника – вписаним. Тоді $R=\frac{a}{\sqrt{3}}=\frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=5$ см, сторона шестикутника: $a_ш=\frac{2R}{\sqrt{3}}=\frac{2\cdot5\sqrt{3}}{3}=\frac{10}{3}\sqrt{3}$ см.

5. $R=\frac{a}{2\sin\frac{180}{n}}$; $r=\frac{a}{2\text{tg}\frac{180}{n}}$. $2R\sin\frac{180}{n}=2r\text{tg}\frac{180}{n}$; $\cos\frac{180}{n}=\frac{r}{R}=\frac{3}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\frac{180}{n}=60°$,

$\angle_{вн.}=180-2\frac{180}{n}=180-2\cdot30=120°$. $n=\frac{360}{180-120}=6$. a = R = 3 см.

Тематичне оцінювання №4.

1. $h_b=a\sin30°=4\cdot\frac{1}{2}=2$ см, $S=bh_b=6\cdot2=12$ см^2.

2. Знайдемо основу: $a=2\sqrt{15^2-9^2}=24$ см, тоді $S=\frac{1}{2}\cdot24\cdot9=108$ см^2.

3. $r=\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{8\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$ см, $S=\pi r^2=\pi(4\sqrt{3})^2=48\pi$ см^2.

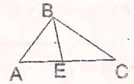
4. Многокутники подібні, отже $\frac{P}{P_1}=k=\frac{5}{7}$; $\frac{S}{S_1}=k^2=\frac{25}{49}$. Тоді

$S_1+\frac{25}{49}S_1=296$, $S_1=196$ см^2, $S=\frac{25}{49}\cdot196=100$ см^2.

5. BE – бісектриса, тоді $\frac{AB}{AE}=\frac{BC}{CE}$; $AB=\frac{15}{20}BC=\frac{3}{4}BC$. Звідси,

$(\frac{3}{4}BC)^2+BC^2=35^2$; BC = 28 см, $AB=\frac{3}{4}\cdot28=21$ см.

$S=\frac{1}{2}AB\cdot BC=\frac{1}{2}\cdot21\cdot28=294$ см^2.



Тематичне оцінювання №5.

1. 1) $\frac{12}{2}=6$ см; 2) $a=\sqrt{8^2+(\frac{12}{2})^2}=10$ см; 3) $\sin\alpha=\frac{6}{10}=0{,}6$; 4) $S=\frac{1}{2}\cdot8\cdot12=48$ см^2.

2. Середня за величиною висота трикутника буде проти середньої сторони. Позначимо один з відрізків на які ця висота розбиває сторону трикутника через x, тоді $45^2-(42-x)^2=39^2-x^2$, x = 15 см. $h=\sqrt{39^2-15^2}=36$ см.

3. $\frac{AB}{\sin\angle C}=\frac{BC}{\sin\angle A}$; $\sin\angle A=\frac{6\sqrt{3}\sin30°}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\angle A=60°$ або $\angle A=120°$

1) $AC^2=6^2+(6\sqrt{3})^2-2\cdot6\cdot6\sqrt{3}\cdot\cos60°=36(4-\sqrt{3})$, $AC=6\sqrt{4-\sqrt{3}}$ см;

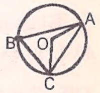
2) $AC^2=6^2+(6\sqrt{3})^2-2\cdot6\cdot6\sqrt{3}\cdot\cos120°=36(4+\sqrt{3})$, $AC=6\sqrt{4+\sqrt{3}}$ см.

ЗАВДАННЯ ДЛЯ ТЕМАТИЧНОГО ОЦІНЮВАННЯ ЗНАНЬ

Варіант 1.

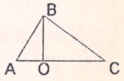
Тематичне оцінювання №1.

1. $\frac{AB}{A_1B_1}=\frac{BC}{B_1C_1}=\frac{AC}{A_1C_1}$; $AC=\frac{8}{4}\cdot 6=12$ см, $B_1C_1=\frac{4}{8}10=5$ см.

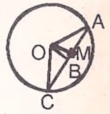


2. $\angle ABC$ - вписаний, $\angle AOC$ - відповідний йому центральний. Тоді $\angle ABC=\frac{\angle AOC}{2}=\frac{146}{2}=73°$.

3. Знайдемо коефіцієнт подібності: $P=4+7+8=19$ см, $k=\frac{P}{P'}=\frac{57}{19}=3$. Тоді $a'=ak=4\cdot 3=12$ см, $b'=7\cdot 3=21$ см, $c'=8\cdot 3=24$ см.



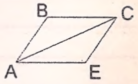
4. ΔABO і ΔBCO – подібні (за двома кутами), тоді $\frac{AO}{BO}=\frac{BO}{AC}$; $\frac{AO}{4}=\frac{4}{AO+6}$; $AO^2+6AO-16=0$; $AO=2$ см, $OC=2+6=8$ см, $AC=10$ см. $AB=\sqrt{4^2+2^2}=4\sqrt{5}$ см, $BC=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}$ см.



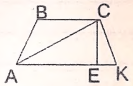
5. $OB=5$ см, $AO=CO=9$ см, $MC-AM=1$, (за умовою). Тоді $MC=1+AM$, $AC=1+2AM$, $AB=\frac{1}{2}+AM$, $BM=\frac{1}{2}$ см. Звідси, $OB=\sqrt{5^2-(\frac{3}{2})^2}=\frac{3}{2}\sqrt{11}$ см. $AC=2\sqrt{9^2-(\frac{3}{2}\sqrt{11})^2}=3\frac{3}{4}$ см.

Тематичне оцінювання №2.

1. $a^2=4^2+8^2-2\cdot 4\cdot 8\cdot\cos 60°=48$; $a=4\sqrt{3}$ см.
2. $\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}$; $b=\frac{4\sin 135°}{\sin 30°}=4\sqrt{2}$ см.
3. $BC^2=6^2+10^2-2\cdot 6\cdot 10\cos 110°\approx 177$; $BC\approx 13{,}3$ см. $\frac{AB}{\sin\angle C}=\frac{BC}{\sin\angle A}=\frac{AC}{\sin\angle B}$; $\sin\angle C=\frac{AB\sin\angle A}{BC}=\frac{6\sin 110°}{13{,}3}\approx 0{,}424$, $\angle C=25°$. $\angle B=180-\angle A-\angle C=45°$.



4. $\angle BAC=\angle ACE$ і $\angle BCA=\angle CAE$ (внутрішні навхрестлежачі). Тоді $\angle B=180-\alpha-\beta$, $\frac{AC}{\sin\angle B}=\frac{AB}{\sin\angle C}=\frac{BC}{\sin\angle A}$; $AB=\frac{d\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}$; $BC=\frac{d\sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}$.

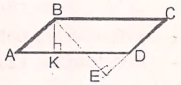


5. $EK=CK\sin 30°=\frac{1}{2}CK$, трапеція рівнобічна: $AK=BC+2EK$. Тоді $AK=BC+\frac{1}{2}\cdot 2CK=BC+CK$, $AK-CK=10$ (за умовою), $AK-CK=BC$. Отже, BC = 10 см.

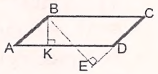
ефіцієнт пропорційності k = 50 : 10 = 5. Тоді катети другого трикутника будуть 30 см і 40 см. Знайдемо висоту другого трикутника. Позначимо менший з відрізків на які висота ділить гіпотенузу через x. Тоді $30^2-x^2=40^2-(50-x)^2$, x = 18 см. Звідси, висота дорівнюватиме $\sqrt{30^2-18^2}=24$ см. 24 = 24.
Відповідь: ці трикутники подібні.

28. 1) $\frac{AC}{CE}=\frac{AB}{BD}$; 2) $\frac{BD}{CE}=\frac{AB}{AC}=\frac{AD}{AE}$; 3) $\frac{AE}{AD}=\frac{AC}{AB}=\frac{CE}{BD}$; 4) $\frac{AB}{BC}=\frac{AD}{DE}$.

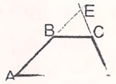
29. Прямокутні трикутники подібні, якщо мають хоча б по одному рівному гострому куту. У паралелограма протилежні кути рівні, отже ∠ A = ∠ C.
Відповідь: дані трикутники подібні.



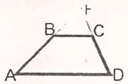
30. BE = 20 см, AB = 15 см, BC = 30 см (за умовою), ∠ A = ∠ C (протилежні паралелограма). ΔABK і ΔBCE – прямокутні, а прямокутні трикутники, які мають хоча б по одному рівному гострому куту – подібні. Тоді BC : AB = BE : BK, BK = 15 · 20 : 30 = 10 см. **Відповідь: відстань між більшими сторонами становить 10 см.**



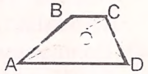
31. ΔABK і ΔBCE – подібні (задача №30). Тоді AB : BC = BK : BE, AB = $\frac{3}{4}$ BC. Звідси P = 2AB + 2 BC, 2 · $\frac{3}{4}$ BC + 2BC = 70, BC = 20 см, AB = 15 см. **Відповідь: 15 см і 20 см.**



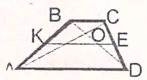
32. $\frac{BE}{AE}=\frac{BC}{AD}$ (задача №28). Отже BC = 5 · 12 : 15 = 4 см.
Відповідь: менша основа трапеції дорівнює 4 см.



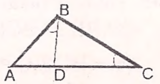
33. $\frac{BF}{AF}=\frac{BC}{AD}$ (задача №28). BF = $10\frac{2}{5}$ = 4 см. AB = 10 – 4 = 6 см.
Відповідь: AB = 6 см.



34. AC = 28 см, OD = 9 см, BO = 5 см і BC = 6 см (за умовою). AO = 28 – OC. ∠ ADB = ∠ DBC і ∠ CAD = ∠ ACB (внут шні різносторонні), значить ΔBCO і ΔAOD – подібні. Тоді OC : BO = (28 – OC) : OD, OC = 10 см, AO = 28 – 10 = 18 см. [illegible] AD = 6 · 18 : 10 = 10,8 см. **Відповідь: AO = 18 см, OC = 10 см і AD = 10,8 см.**

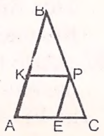


35. Трикутники BOC і AOD – подібні (задача №34). Тоді AO : OC = AD : BC, AD = 2,5BC. KE = (BC + AD) : 2 (формула середньої лінії), 2KE = 3,5BC, BC = 4 см; AD = 10 см.
Відповідь: 4 см і 10 см.



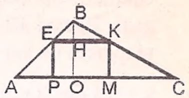
36. ∠ ABD = ∠ BCA (за умовою), ∠ BCA – спільний, значить ΔABD і ΔABC – подібні (за двома кутами). Тоді AB : AC = = AD : AB; AD = 1,5 см. **Відповідь: AD = 1,5 см, DC = 4,5 см.**

37. Протилежні сторони паралелограма рівні і паралельні, [illegible] DE = AF, ∠ EDB = ∠ CFE і ∠ DEB = ∠ FCE. ΔDBE і ΔFEC [illegible] (за двома кутами). Тобто FC : DE = AD : DB, FC = 12 · 5 : (16 – 12) = 1[illegible]
Відповідь: AC = 20 см.



38. Ромб – паралелограм із рівними сторонами, значить AK = EP, KP = AE, ∠ PKB = ∠ CEP = ∠ CAB і ∠ KPB = ∠ ECP = ∠ ACB ΔKBP, ΔABC і ΔEPC – подібні (за двома кутами). KB = AB – KA, EC = AC – KA. Тоді (6 – KA) : KA = KA : (3 – KA), KA = 2 см.
Відповідь: сторона ромба дорівнює 2 см.

39. $EP = \frac{5}{9}EK$ (за умовою). ΔEBK і ΔABC – подібні. Тоді

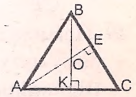


$AC : EK = BO : BH$, $BH = \frac{1}{3}EK$; $EP = BO - BH = 4 - \frac{1}{3}EK$.

Підставимо значення у отримане рівняння і отримаємо $\frac{5}{9}EK + \frac{1}{3}EK = 4$,

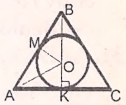
$EK = 4{,}5$ см, $EP = 2{,}5$ см. **Відповідь: сторони прямокутника 2,5 см і 4,5 см.**

40. $\angle ABC = 180 - 2\angle BAC$, звідси $\angle ABK = 90 - \angle BAC$.

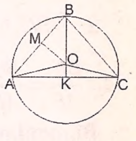


$\angle EAB = 2\angle BAC - 90$, $\angle BAC = \angle EAC + \angle EAB \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle EAC = 90 - \angle BAC$. Тобто $\angle EAC = \angle ABK$, ΔABK і ΔAEC – подібн. $AC : AB = AE : BK = 1{,}2$. Припустимо, бічна сторона дорівнює x см; тоді основа – 1,2x см. Отже, $x^2 - (0{,}6x)^2 = 10^2$. $x = 12{,}5$ см.
Відповідь: 12,5 см, 12,5 см і 15 см.

41. У рівнобедреному трикутнику висота до основи є бісектрисою і медіаною, тоді $BK = \sqrt{AB^2 - AK^2} = 8$ см.

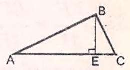


1) $\Delta AMO = \Delta AOK$ (за гіпотенузою і катетом), значить $AM = AK = 6$ см, $MB = 10 - 6 = 4$ см. ΔBOM і ΔABK – подібні (за гострим кутом). Отже $BO : AB = BM : BK$, $BO = 5$ см. $r = 3$ см;



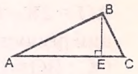
2) центр описаного навколо трикутника кола лежить на серединних перпендикулярах до його сторін. ΔABO – рівнобедрений ($BO = AO$, як радіуси). Тоді трикутники ABK і MBO – подібні (за гострим кутом), значить $BO : AB = BM : BK$, $BO = 7{,}5$ см. **Відповідь: 1) r = 3 см, 2) R = 7,5 см.**

42. З трикутників ABE і BCE, $AB^2 - AE^2 = BC^2 - EC^2$, $BC^2 = AB^2 - 240$. З ΔABC – $BC^2 = 400 - AB^2$, $AB^2 = 320$. $\angle BAC$ і $\angle BCE$ – рівні, значить ΔABC, ΔABE і ΔBCE – подібні (за гострим кутом).

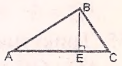


Тоді $AB : AC = BE : BC = BE : AB$. Звідси, $AB^2 = 20BE$, $BE = 16$ см.
Відповідь: висота даного трикутника дорівнює 16 см.

43. Припустимо, $BC = 8$ см, тоді $EC = 4$ см. З попередньої задачі: ΔABC, ΔABE і ΔBCE – подібні, значить $AC : BC = BC : EC$, $AC = BC^2 : EC = 16$ см. **Відповідь: гіпотенуза дорівнює 16 см.**

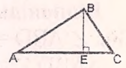


44. ΔABC, ΔABE і ΔBCE – подібні (за гострим кутом). Звідси, $BC : AC = EC : BC$, $BC^2 = 18 \cdot 50 = 900$, $BC = 30$ см. Тоді



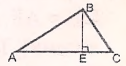
$AB = \sqrt{50^2 - 30^2} = 40$ см. **Відповідь: катети дорівнюють 30 см і 40 см.**

45. Припустимо, $BC = 4$ см, тоді $AE = 6$ см; $AC = 6 + EC$. ΔABC, ΔABE і ΔBCE – подібні, значить $AC : BC = BC : EC$,



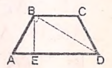
$(6 + EC)EC = 4^2$, $EC = 2$ см. Отже $AC = 8$ см і $AB = 4\sqrt{3}$ см.
Відповідь: гіпотенуза дорівнює 8 см, катет - $4\sqrt{3}$ см.

46. З трикутників ABE і BCE, $AB^2 - AE^2 = BC^2 - EC^2$, $BC^2 = AB^2 - 240$. З ΔABC – $BC^2 = 400 - AB^2$, $AB^2 = 320$. $\angle BAC$ і $\angle BCE$ – рівні, значить ΔABC, ΔABE і ΔBCE – подібні (за гострим кутом).



Тоді $AB : AC = BE : BC = BE : AB$. Звідси, $AB^2 = 20BE$, $BE = 16$ см.
Відповідь: висота даного трикутника дорівнює 16 см.

47. ΔABE і ΔABD – подібні ($\angle BAE$ – спільний), ΔBED і ΔABD – подібні ($\angle BDE$ – спільний), значить ΔABE і ΔBED також подібні. $ED = BC + (AD - BC) : 2 = 9$ см (властивість рівнобічної трапеції), $AE = 4$ см. Тоді $BE : DE = AE : BE$, $BE = 6$ см. $AB : AD = AE : AB$,



410. Знайдемо висоту трикутника в основі піраміди $h = BCtg(\frac{180-120}{2}) = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ см.

$S_{осн.} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot \frac{4\sqrt{3}}{3} = \frac{16}{3}\sqrt{3}$ см^2, $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{16\sqrt{3}}{3} \cdot 9 = 16\sqrt{3}$ см^3. **Відповідь: $16\sqrt{3}$ см^3.**

411. 1) OO_1; 2) MM_1, KK_1; 3) OB; 4) O_1A.

412. $S = 2\pi \cdot 8 \cdot 10 + \pi \cdot 8^2 = 224\pi$ см^2, $V = \pi \cdot 8^2 \cdot 10 = 640\pi$ см^3.
Відповідь: 224π см^2 і 640π см^3.

413. $r = 2$ см (за умовою). $S = 2\pi \cdot 2 \cdot 14 + \pi \cdot 2^2 = 60\pi$ см^2, $V = \pi 2^2 \cdot 14 = 56\pi$ см^3.
Відповідь: 60 π см^2 і 56 π см^3.

414. 1) SO; 2) MS; 3) OM.

415. $S = \pi \cdot 10 \cdot 26 + \pi \cdot 10^2 = 360\pi$ см^2; $h = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24$ см, $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 10^2 \cdot 24 = 800\pi$ см^3.

416. $r = \frac{8}{2} = 4$ см, $l = h = \frac{4}{\cos 45°} = 4\sqrt{2}$ см, $S = \pi \cdot 4 \cdot 4\sqrt{2} + \pi \cdot 4^2 = 16\pi(\sqrt{2} + 1)$ см^2;

$V = \frac{1}{3}\pi \cdot 4^2 \cdot 4\sqrt{2} = 32\sqrt{2}\pi$ см^3.

417. $V_1 = \frac{1}{3}\pi \cdot (c^2 - a^2) \cdot a$; $V_2 = \frac{1}{3}\pi \cdot a^2 \cdot \sqrt{c^2 - a^2}$; $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{3}\pi \cdot (c^2 - a^2) \cdot a}{\frac{1}{3}\pi \cdot a^2 \cdot \sqrt{c^2 - a^2}} = \frac{\sqrt{c^2 - a^2}}{a}$.

418. $S = 4\pi \cdot 5^2 = 100\pi$ см^2; $V = \frac{4}{3}\pi \cdot 5^3 = \frac{500}{3}\pi$ см^3. **Відповідь: 100 π см^2 і $166\frac{2}{3}$ π см^3.**

419. $S = 4\pi \cdot 5^2 = 100\pi$ см^2; $V = \frac{4}{3}\pi \cdot 5^3 = \frac{500}{3}\pi$ см^3. **Відповідь: 100 π см^2 і $166\frac{2}{3}$ π см^3.**

420. $\frac{\frac{4}{3}\pi r_1^3}{\frac{4}{3}\pi r^3} = 8$, $\frac{r_1}{r} = 2$. $\frac{S_1}{S} = \frac{4\pi(2r)^2}{4\pi r^2} = 4$; .

Відповідь: радіус треба збільшити у 2 рази, площа збільшиться у 4 рази.

ДЛЯ НОТАТКІВ

391. Прямі a і c можуть лежати в різних площинах, при цьому умова задачі не виконується. **Відповідь: ні.**

392. Безліч. Всі прямі, які лежать на перетині площини α і площин, які проходять через пряму a.

393. Ні. Вони можуть перетинатись і водночас бути паралельними площині α.

394. Ні. Площини, паралельні даним прямим можуть перетинатись.

395. Так.

396. Ні. Дві площини, які перпендикулярні до даної, можуть перетинатись.

397. 1) A_1A, C_1C, D_1D; 2) BC, AD, A_1D_1, B_1C_1; 3) AB, BC, A_1B_1, B_1C_1; 4) A_1D_1, A_1A, D_1D, AD; 5) A_1B_1, C_1D_1, AB, CD; 6) AA_1D_1, BB_1C_1; $A_1B_1C_1$; ABC .

398. $S = p'l + 2S_{осн.} = (6+6+6+6)\cdot 6 + 2\cdot(6+6) = \mathbf{168\ см^2}$, $V = S'l = 6\cdot 6\cdot 6 = \mathbf{216\ см^3}$.

399. $S_{бічн.} = (6+8+6+8)\cdot 10 = \mathbf{280\ см^2}$, $S = 280 + 2\cdot 10\cdot 6 = \mathbf{400\ см^2}$, $V = 10\cdot 6\cdot 8 = \mathbf{480\ см^3}$.

400. Знайдемо висоту ромба, $h = 4\sin 30° = 2$ см. $S_{бічн.} = (4+4+4+4)\cdot 9 = \mathbf{144\ см^2}$

$S_{осн.} = 4\cdot 2 = 8\ см^2$, $S = 144 + 16 = \mathbf{160\ см^2}$. $V = 8\cdot 9 = \mathbf{72\ см^3}$.

401. $S_{бічн.} = (6\cdot 2)\cdot 9 = \mathbf{108\ см^2}$, $S_ш = \frac{3}{2}\sqrt{3}\cdot 2^2 = \mathbf{6\sqrt{3}\ см^2}$, $V = 6\sqrt{3}\cdot 9 = \mathbf{54\sqrt{3}\ см^3}$.

402. Припустимо, висота опущена на більшу сторону трикутника розбиває її на відрізки x і 15 – x. Тоді $14^2 - (16-x)^2 = 13^2 - x^2$; x = 6,6 см, $h = \sqrt{13^2 - 6{,}6^2} = 11{,}2$ см.

$S_\Delta = \frac{1}{2}\cdot 15\cdot 11{,}2 = 84\ см^2$, $V = 84\cdot 6 = 504\ см^3$. $S_{бічн.} = (13+14+15)\cdot 6 = 252\ см^2$.

Відповідь: 252 см² і 504 см³.

403. Бічна сторона трапеції: $a = \frac{8-4}{2\sin 30°} = 4$ см, $h = 4\sin 60° = 2\sqrt{3}$ см, $S_{трап.} =$

$= \frac{4+8}{2}\cdot 2\sqrt{3} = 12\sqrt{3}\ см^2$. $S_{трап.} = S = (4+4+4+8)\cdot 10 + 2\cdot 12\sqrt{3} = 200 + 24\sqrt{3}\ см^2$.

$V = 12\sqrt{3}\cdot 10 = 120\sqrt{3}\ см^3$. **Відповідь:** $\mathbf{(200+24\sqrt{3})\ см^2}$ **і** $\mathbf{120\sqrt{3}\ см^3}$.

404. 1) ABCDE; 2) S; 3) AS, BS, CS, DS; ES; 4) ASB, BSC, CSD, DSE, ASE.

405. Усі грані піраміди рівні, значить апофема піраміди дорівнює висоті основи $a = 2\cos 60° = \sqrt{3}$ см. $S_{бічн.} = \frac{1}{2}\cdot 3\cdot 2\cdot\sqrt{3}$ $3\sqrt{3}\ см^2$, $S_{осн.} = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot\sqrt{3} = \sqrt{3}\ см^2$,

$S = 3\sqrt{3} + \sqrt{3} = 4\sqrt{3}\ см^2$. **Відповідь:** $\mathbf{4\sqrt{3}\ см^2}$.

406. ΔASB = ΔBSC = ΔCSD = ΔASD (за першою ознакою рівності трикутників), значить піраміда правильна. Тоді, AB = BC = CD = AD = a = 8 см (бокові грані – рівносторонні трикутники); апофема $a = 8\sin 60° = 4\sqrt{3}$ см. $S_{осн} = 64\ см^2$,

$S = \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 8\cdot 4\sqrt{3} + 64 = 64(1+\sqrt{3})\ см^2$. **Відповідь:** $\mathbf{64(1+\sqrt{3})\ см^2}$.

407. Грані і кути при вершині піраміди рівні, значить піраміда правильна. Тоді, апофема $a = 8\cos\frac{30°}{2} \approx 7{,}7$ см, сторона основи $AB = 2\cdot 8\sin\frac{30°}{2} \approx 4{,}1$ см.

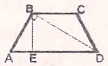
$S_{бічн.} = \frac{1}{2}\cdot 5\cdot 4{,}1\cdot 7{,}7 \approx 79\ см^2$. **Відповідь: 79 см².**

408. $V = \frac{1}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}6^2\cdot 6 = \mathbf{18\sqrt{3}\ см^3}$.

409. $S_{осн.} = \frac{3\sqrt{3}}{2}3^2\cdot = \frac{27}{2}\sqrt{3}\ см^2$; $V = \frac{1}{3}\cdot\frac{27}{2}\sqrt{3}\cdot 6 = 27\sqrt{3}\ см^3$. **Відповідь:** $\mathbf{27\sqrt{3}\ см^3}$.

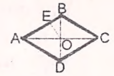
$AB = 2\sqrt{13}$ см. **Відповідь: висота дорівнює 6 см, бічна сторона -** $\mathbf{2\sqrt{13}}$ **см.**

48. ΔABE, ΔABD і ΔBED – подібні (задача №47), звідси AB : AD = = AE : AB. З ΔABD: $AD^2 = 45 + AB^2$. Тоді $AD^2 - 4AD - 45 = 0$, AD = 9 см. Отже $AB^2 = 4\cdot 9$, AB = 6 см. BC = AD – 2AE = 1 см.

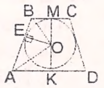


Відповідь: основи трапеції дорівнюють 1 см і 9 см, бічна сторона – 6 см.

49. ΔABO – прямокутний, EO – його діагональ, EB = 3 см, AE = 12 см. ΔABO, ΔAEO і ΔEBO – подібні (мають спільні кути). Тоді AE : AO = AO : AB і BO : AB = BE : BO. Звідси $AO = 6\sqrt{5}$ см і $BO = 3\sqrt{5}$ см. **Відповідь: діагоналі ромба дорівнюють** $\mathbf{6\sqrt{5}}$ **см і** $\mathbf{12\sqrt{5}}$ **см.**



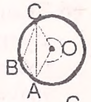
50. ΔABO – прямокутний, EO – висота. Отже ΔABO, ΔAEO і ΔEBO – подібні (задача №49). Тоді AE : AO = AO : AB і BO : AB = BE : BO. Звідси $AO = 6\sqrt{13}$ см і $BO = 4\sqrt{13}$ см. Звідси EO = MO = KO = 12 см. ΔOEB = ΔOBM і ΔAEO = ΔAOK (за першою ознакою). Тобто BM = BE = 8 см і AK = AE = 18 см. **Відповідь: основи трапеції – 16 см і 36 см, радіус – 12 см.**



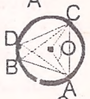
51. 1) 48 : 2 = 24°; 2) 63°; 3) 90°; 4) 127°; 5) α : 2.

52. 1) 17 · 2 = 34°; 2) 174°; 3) 180°; 4) 352°; 5) 2α.

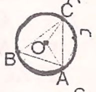
53. 1) В даному випадку центральний кут дорівнює 360 – 124 = 236°. Отже вписаний ∠ ABC = 236 : 2 = 118°;
2) центральний кут дорівнює 94 · 2 = 188°. ∠ AOC = 360 – 188 = 172°.



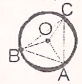
54. Вписаний кут дорівнює половині центрального кута. В нашому випадку центральний кут однаковий для обох кутів ABC і ADC, значить ∠ ADC = ∠ ABC = 42°. **Відповідь: ∠ ADC = 42°.**



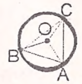
55. Для ∠ ABC центральний кут буде 78 · 2 = 156°. Відповідно, для ∠ ADC центральний кут складатиме 360 – 156 = 204°. Отже ∠ ADC = 204 : 2 = 102°. **Відповідь: ∠ ADC = 102°.**



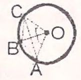
56. У даному трикутнику ∠ A – вписаний, ∠ BOC – відповідний йому центральний кут. Отже: 1) ∠ BOC = 78 · 2 = 156°; 2) ∠ BOC = = 360 – 128 · 2 = 104°. **Відповідь: 1) 156°; 2) 104°.**



57. ∠ C = 180 – 36 – 78 = 66°. ∠ AOB – центральний до вписаного ∠ C, ∠ BOC – центральний до ∠ A, ∠ AOC – центральний до ∠ B. **Відповідь: ∠ AOB = 132°; ∠ BOC = 72°; ∠ AOC = 156°.**



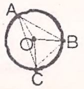
58. ∠ AOB = ∠ BOC = 38° (за умовою). ∠ BCA – вписаний, відповідний йому центральний – ∠ BOC. Отже ∠ BCA = 38 : 2 = 19°. Тоді ∠ ABC = 180 – 2 · 19 = 142°. **Відповідь: 19°, 19° і 142°.**



59. Хорда ділить коло 5 : 7, отже центральні кути до вписаних кутів ABC і AEC теж відносяться, як 5 : 7. Тоді 7x + 5x = 360, x = 30°; ∠ AOC = 5 · 30 = 150°. Вписаний ∠ AEC = 150 : 2 = 75°, відповідно ∠ ABC = 7 · 30 : 2 = 105°. **Відповідь: 75° і 105°.**

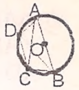
60. ∠ NOM = 140° (за умовою), Δ NOM – рівнобедрений, значить ∠ NMO = (180 – 140) : 2 = 20°. ∠ NOK : ∠ KOM = 6 : 5 (за умовою). Тоді 6x + 5x + 140 = 360, x = 20°; ∠ NOK = 120° і ∠ KOM = 10(ΔMOK – рівнобедрений, отже ∠ OMK = (180 – 100) : 2 = 40°. Звідси, ∠ NMK = 20 + 40 = 60°. **Відповідь: ∠ NMK = 60°.**

61. Знайдемо градусні міри отриманих дуг, 3x + 5x + 7x = 360, x = 24°. Звідси, ∠ AOC = 168°, ∠ AOB = 120° і ∠ BOC = 72° – центральні, значить ΔAOC, ΔAOB і ΔBOC – рівнобедрені. Тоді ∠ OAC = (180 – – 168) : 2 = 6°, ∠ OAB = 30° і ∠ OCB = 54°. Отже ∠ BAC = 6 + 30 = 36°,

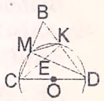


$\angle ABC = 84°$, $\angle BCA = 60°$. **Відповідь: кути трикутника 36°, 60° і 84°.**

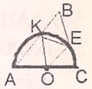
62. $\angle AOB$ – центральний і дорівнює 180°, значить ΔACB і ΔACD – прямокутні. Тоді $\angle DCB = 41 + 90 = 131°$.
Відповідь: $\angle DCB = 131°$.



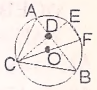
63. $\angle COD$ – центральний і дорівнює 180°, значить ΔCKD і ΔCMD – прямокутні. $\angle CEM = \angle DEK$, значить ΔCEM і ΔDEK – подібні. У подібних трикутників співвідношення сторін однакове, тобто $ME : EC = KE : ED$. Отже ΔKEM і ΔCED також подібні, $\angle DCK = \angle DMK = 53°$. Тоді $\angle DCK = 180 - 90 - 53 = 37°$. **Відповідь: 37°.**



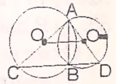
64. $\angle C = 78°$ (за умовою), $\angle A = (180 - 78) : 2 = 51°$. $AO = KO = EO = CO$ (як радіуси кола), значить ΔAKO, ΔKOE і ΔOEC – рівнобедрені. Звідси, $\angle AOK = 180 - 2 \cdot 51 = 78°$; $\angle COE = 180 - 2 \cdot 78 = 24°$ і $\angle KOE = 180 - 78 - 24 = 78°$. **Відповідь: 24°, 78°, 78°.**



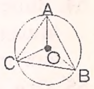
65. $\angle CEF$ – вписаний прямокутний трикутник (усі вершини лежать на колі, а одна із сторін є діаметр), $CD \perp AB$ (за умовою). Значить AB і $EF \perp CE$. Отже, $AB \parallel EF$.



66. З'єднаємо точки A і B та центри кіл O і O_1, отримаємо перпендикулярні відрізки. Розглянемо ΔACD: $AC = 2AO$, $AD = 2AO_1$, тобто OO_1 – середня лінія ΔACD. Тоді AB – висота ΔACD, значить точка B належить відрізку CD.

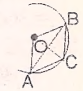


67. ΔABC – рівнобедрений. Тоді: 1) AC – основа. $\angle AOB = \angle BOC = 128°$, $\angle AOC = 360 - 2 \cdot 128 = 104°$. $AO = OB = OC$ (радіуси), значить ΔAOC, ΔAOB і ΔBOC – рівнобедрені. Отже $\angle ACO = \angle CAO = (180 - 104) : 2 = 38°$, $\angle BAO = \angle ABO = \angle BAO = \angle ABO = 26°$. Звідси, $\angle CAB = \angle ACB = 64°$ і $\angle ABC = 52°$;



2) AC – бічна сторона. $\angle BOC = 128°$, $\angle AOC = \angle BOA = (360 - 128) : 2 = 116°$. $\angle BCO = \angle CBO = (180 - 128) : 2 = 26°$, $\angle BAO = \angle ABO = \angle CAO = \angle ACO = 32°$. Звідси, $\angle ACB = \angle ABC = 58°$ і $\angle ABC = 64°$;

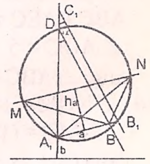
3) усі вершини лежать по один бік від діаметра. $\angle BCA = (360 - 128) : 2 = 116°$ ($\angle AOB$ – центральний відповідно $\angle ABC$). $\angle ABC = \angle BAC = 32°$. **Відповідь: 1) AC – основа: 64°, 64° і 52°; 2) AC – бічна сторона: 58°, 58° і 64°; 3) вершини по один бік від діаметра: 32°, 32° і 116°.**



68. Геометричним місцем точок – середин усіх хорд, які проходять через дану точку кола є коло, центр якого знаходиться на середині відрізка, який з'єднує центр даного кола із даною точкою.

69. Рішення у задачнику на стор. 128.

70. Проводимо пряму b. На ній беремо довільну точку C_1 і будуємо $\angle C_1 = \angle \alpha$. На сторонах кута відкладаємо відрізки $C_1A_1 = C_1B_1$. Сполучаємо точки A_1 і B_1. $\Delta A_1B_1C_1$ – рівнобедрений. На відрізку A_1B_1 відкладаємо $A_1B = a$. Проведемо $BD \parallel B_1C_1$. $\angle A_1DB = \angle A_1C_1B_1$ – як внутрішні односторонні при $C_1B_1 \parallel BD$ та січній C_1. Отже, $\angle A_1DB = \angle \alpha$. Опишемо коло навколо ΔA_1DB. Точки A_1 і B – вершини потрібного трикутника. Третя вершина лежить на відстані h_a від відрізка A_1B. Проведемо пряму $l \parallel A_1B$ на відстані h_a від A_1B таким чином, щоб пряма l перетинала коло, описане навколо ΔA_1BD. Точки перетину прямої l з колом можуть бути третьою вершиною потрібного трикутника. ΔA_1BM і ΔA_1BN – потрібні трикутники, оскільки: $\angle A_1MB = \angle A_1BN = \angle A_1DB = \angle \alpha$ – як вписані в коло



більша $d = 2a\cos 30° + 8(\sqrt{2} - 1) = 8(2\sqrt{3} + \sqrt{2} - 1)$ см.

$S = \frac{8(\sqrt{2}-1)+8(2\sqrt{3}+\sqrt{2}-1)}{2} 8 = 64(\sqrt{3} + \sqrt{2} - 1)$ см^2. **Відповідь: $64(\sqrt{3} + \sqrt{2} - 1)$ см^2.**

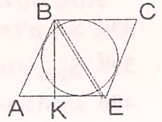
379. Припустимо, a – дана хорда, $r_1 = \frac{a}{2}\sin\frac{60}{2} = \frac{a}{4}$; $r_2 = \frac{a}{2}\sin\frac{90}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{4}$. Звідси,

$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\pi(\frac{a}{4})^2}{\pi(\frac{a\sqrt{2}}{4})^2} = \frac{1}{2}$. **Відповідь: 1 : 2.**

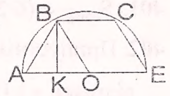
380. $R = \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{5}{2}\sqrt{2}$ см, $r = \frac{a}{2} = \frac{5}{2}$ см. $S = \pi((\frac{5}{2}\sqrt{2})^2 - (\frac{5}{2})^2) = \frac{25}{4}\pi$ **см^2.**

381. Побудуємо трикутник симетричний даному відносно його більшої сторони, отримаємо паралелограм. Знайдемо висоту паралелограма, $10^2 - AK^2 = 17^2 - (21 - AK)^2$, $AK = 6$ см;

$BK = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$ см. $r = 4$ см. $S = \frac{1}{2}\pi 4^2 = 8\pi$ см^2. **Відповідь: 8π см^2.**

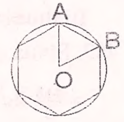


382. $S_{\bigcirc} = 5^2\pi = 25\pi$ см^2. ΔABO – рівносторонній ($AO = BO = r$, $\angle OAB = 60°$). Тоді $BK = AB\sin 60° = \frac{5\sqrt{3}}{2}$ см, $BC = 5$ см і $AE = 10$ см. $S_{тр} = \frac{5+10}{2} \cdot \frac{5\sqrt{3}}{2} = \frac{75}{4}\sqrt{3}$ см^2. $S = \frac{75}{4}\sqrt{3} - 25\pi \approx 440{,}5$ см^2.
Відповідь: 440,5 см^2.

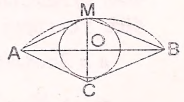


383. Побудуємо вписаний шестикутник на даній хорді. Шестикутник правильний, значить $\angle AOB = 360 - 60 = 300°$ (центральний кут). $h = r \cdot \sin 60° = 6\sqrt{3}$ см, $S_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 6\sqrt{3} = 36\sqrt{3}$ см^2.

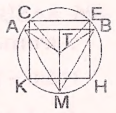
$S = \frac{\pi 12^2}{360} 300 + 36\sqrt{3} = 120\pi + 36\sqrt{3} \approx 439$ см^2. **Відповідь: 439 см^2.**



384. $\angle AMB$ – вписаний, відповідний йому центральний дорівнює $360 - 120 = 240°$, значить $\angle AMB = 240 : 2 = 120°$. Тоді $\Delta ABC = \Delta AMB$, MC – діаметр вписаного кола. Звідси,
$MC = d = 2AC\sin 30° = 4$ см, $S = \pi 2^2 = 4\pi$ см^2. **Відповідь: 4π см^2.**



385. Припустимо, AB і CE – дані хорди. ΔABC - рівносторонній, значить MT – висота, медіана і бісектриса, $OM = R = 6$ см, $OT = \frac{1}{2}OM = 3$ см. Сторона трикутника: $AB = R\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$ см.



Сторона квадрата: $CE = R\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$ см. $S_{\bigcirc} = \pi 6^2 = 36\pi$ см^2,

$S_{AB} = \frac{\pi 6^2}{360} 240 + \frac{1}{2} 3 \cdot 6\sqrt{3} = 24\pi + 9\sqrt{3}$ см^2, $S_{CE} = \frac{\pi 6^2}{360} 90 - \frac{1}{2} 6\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} = 9\pi - 18$ см^2.

$S = S_{\bigcirc} - S_{AB} - S_{CE} = 36\pi - (24\pi + 9\sqrt{3}) - (9\pi - 18) = 3\pi + 18 - 9\sqrt{3} = 11{,}85$ см^2.
Відповідь: 11,85 см^2.

386. **Безліч.**

387. **Одну.** Одразу дві прямі, що перетинаються, лежать в одній площині..

388. 1) **Так**; 2) **ні**, вони можуть бути мимобіжними.

389. **Ні.** Дві прямі перетинаються тільки коли лежать в одній площині. В нашому випадку це не так.

390. 1) **Так**; 2) **ні**.

368. $S=\pi(R^2-r^2)=\pi(49-9)=40\pi$ см^2. **Відповідь: 20π см^2.**

369. 1) $S=\frac{\pi R^2}{360}\alpha=\frac{\pi 4^2}{360}\cdot 40=\frac{16}{9}\pi$ см^2; 2) $S=\frac{\pi 4^2}{360}\cdot 100=\frac{40}{9}\pi$ см^2; 3) $S=\frac{\pi 4^2}{360}\cdot 300=\frac{40}{3}\pi$ см^2.

370. $S_{\bigcirc}=\pi R^2$. 1) $S=\frac{\pi R^2}{360}\cdot 15=\frac{\pi R^2}{24}$; $\frac{S}{S_{\bigcirc}}=\frac{\frac{\pi R^2}{24}}{\pi R^2}=\frac{1}{24}$; 2) $S=\frac{\pi R^2}{360}\cdot 110=\frac{11\pi R^2}{36}$;

$\frac{S}{S_{\bigcirc}}=\frac{\frac{11\pi R^2}{36}}{\pi R^2}=\frac{11}{36}$; 3) $S=\frac{\pi R^2}{360}\cdot 240=\frac{2\pi R^2}{3}$; $\frac{S}{S_{\bigcirc}}=\frac{\frac{2\pi R^2}{3}}{\pi R^2}=\frac{2}{3}$.

371. $\frac{S}{S_{\bigcirc}}=\frac{9}{20}$; $\frac{\frac{\pi R^2}{360}\alpha}{\pi R^2}=\frac{9}{20}$; $\alpha=\frac{9}{20}\cdot 360=162°$. **Відповідь: 162°.**

372. $S=\frac{\pi R^2}{360}\alpha$; $R=\sqrt{\frac{360S}{\alpha\pi}}=\sqrt{\frac{360\cdot 60}{54\pi}}=\sqrt{\frac{400}{\pi}}=\frac{20}{\sqrt{\pi}}\approx 11{,}3$ см. **Відповідь: 11,3 см.**

373. $S=\frac{\pi R^2}{360}\alpha\pm S_\Delta$. 1) $S_\Delta=\frac{1}{2}ah_a=\frac{1}{2}a\cdot a\cdot\sin 45°=25\sqrt{2}$ см^2, $S=\frac{\pi 10^2}{360}45-25\sqrt{2}\approx 3{,}9$ см^2;

2) $S_\Delta=\frac{1}{2}\cdot 10^2\cdot\sin 120°=25\sqrt{3}$ см^2, $S=\frac{\pi 10^2}{360}120-25\sqrt{3}=\frac{25(3\pi-2\sqrt{2})}{2}\approx 61{,}4$ см^2;

3) $S_\Delta=\frac{1}{2}\cdot 10^2\cdot\sin(360\text{-}240)°=25\sqrt{3}$ см^2, $S=\frac{\pi 10^2}{360}240+25\sqrt{3}\approx 252{,}7$ см^2.

374. 1) $h_\Delta=\frac{a}{2\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}=\frac{8}{2\frac{1}{\sqrt{3}}}=4\sqrt{3}$ см; $R^2=64$ см^2. $S=\frac{64\pi}{360}\cdot 60-\frac{1}{2}\cdot 8\cdot 4\sqrt{3}\approx 5{,}8$ см^2;

2) $h_\Delta=\frac{a}{2\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}=4(1+\sqrt{2})$ см; $R^2=32(2+\sqrt{2})$ см. $S=\frac{\pi 32(2+\sqrt{2})}{360}225+\frac{1}{2}\cdot 8\cdot 4(1+\sqrt{2})\approx 253$ см^2.

375. Якщо об'єднання цих секторів утворює половину кола.

376. а) $S_{ABCD}=4^2=16$ см^2, $BD=4\sqrt{2}$ см, $r=\frac{2\sqrt{2}}{\operatorname{tg}22{,}5°}=4-2\sqrt{2}$ см. $S_{\bigcirc}^{A}=\pi r^2=$

$=\pi(4-2\sqrt{2})^2=\pi(24-16\sqrt{2})$ см^2, $S_{\bigcirc}^{C}=\frac{\pi(2\sqrt{2})^2}{360}90=2\pi$ см^2. $S=16-26\pi+16\pi\sqrt{2}\approx 5{,}2$ см^2;

б). $S_{ABC}=\frac{\sqrt{3}}{4}4^2=4\sqrt{3}$ см^2. $S_{\bigcirc}^{A}=\frac{\pi R^2}{360}\alpha=\frac{\pi 2^2}{360}60=\frac{2}{3}\pi$ см^2, $S_{\bigcirc}^{D}=\frac{\pi 1^2}{360}90=\frac{1}{4}\pi$ см^2,

$S_{\bigcirc}^{C}=\frac{\pi 1^2}{360}60=\frac{1}{6}\pi$ см^2. $S=4\sqrt{3}-\frac{13}{12}\pi\approx 3{,}5$ см^2; в) сторони $\Delta O_1O_2O_3$: $O_1O_2=5$ см,

$O_2O_3=3$ см і $O_1O_3=4$ см, значить $\Delta O_1O_2O_3$ – прямокутний. $S_\Delta=\frac{1}{2}3\cdot 4=6$ см^2.

$\sin\angle O_1=\frac{3}{5}$, $\angle O_1\approx 37°$, $\angle O_3=90-37=53°$. $S_{\bigcirc}^{O_1}=\frac{\pi R^2}{360}\alpha=\frac{\pi 3^2}{360}37=\frac{37}{40}\pi$ см^2.

$S_{\bigcirc}^{O_2}=\frac{\pi 2^2}{360}53=\frac{53}{90}\pi$ см^2, $S_{\bigcirc}^{O_2}=\frac{\pi 1^2}{360}90=\frac{1}{4}\pi$ $S=6-\frac{127}{72}\pi\approx 0{,}46$ см^2.

377. $p=\frac{20+34+42}{2}=48$ см, $S_\Delta=\sqrt{48(48-20)(48-34)(48-42)}=336$ см^2,

$r=\frac{2S_\Delta}{a+b+c}=\frac{2\cdot 336}{20+34+42}=7$ см. $R=\frac{abc}{4S_\Delta}=\frac{20\cdot 34\cdot 42}{4\cdot 336}=\frac{85}{4}$ см. **Відповідь: 7см, 21,25 см.**

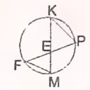
378. $r=\sqrt{\frac{S}{\pi}}=\sqrt{\frac{16\pi}{\pi}}=4$ см, діаметр даного кола дорівнює висоті трапеції. Тоді

сторона трапеції: $a=\frac{2r}{\sin(180-150)}=16$ см, менша основа $b=2r\operatorname{tg}\frac{180-150}{2}=8(\sqrt{2}-1)$ см,

кути, що спираються на одну дугу, точки M і N відстоять від A_1B на відстані h_a (за побудовою), $A_1B=a$ (за побудовою).

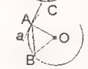
71. Хорди AB і CD перетинаються в точці E, значить AE · BE = CE · DE. Звідси, AE : CE = DE : BE, ∠ CEB = ∠ AED. Отже ΔAED і ΔCBE – подібні.

72. Для нашого випадка: ME · KE = FE · PE, отже 2FE = 12, FE = 6 см. **Відповідь: FE = 6 см.**

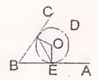


73. AM = 2 см, BM = 9 см (за умовою). Позначимо відрізок CM через x, тоді DM = x + 3. Звідси, 2 · 9 = x(x +3), x = 3см; DM = 3 + 3 = 6 см. **Відповідь: точка M ділить хорду CD на відрізки 3 см і 6 см.**

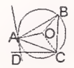
74. AO і BO – радіуси, значить ΔAOB – рівнобедрений. Тоді ∠ OAB = = ∠ ABO = (180 – 58) : 2 = 61°. ∠ OA*a* = 90° (кут між радіусом і дотичною). Отже, ∠ BA*a* = 90 – 61 = 29°. **Відповідь: 29°, 151°.**



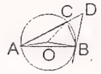
75. Частини кола діляться на частини 3 :7, тоді 3x + 7x = 360, x = 36°, ∠ DOE = 36 · 3 = 108°. ΔDOE – рівнобедрений, ∠ DEO = ∠ EDO = = 36°. Звідси ∠ BDE = ∠ BED = 90 – 36 = 54°, ∠ DBE = 72°. **Відповідь: 54°, 54° і 72°.**



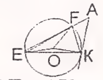
76. ∠ AOC – центральний, відповідний вписаному ∠ ABC, значить ∠ AOC = 74·2 = 148°. Звідси, ∠ OAC = ∠ ACO = 16°. Тоді ∠ CAD = = 90 – 16 = 74°, ∠ ADC = 180 – 74 – 23 = 83°. **Відповідь: 23°, 74°, 83°.**



77. Гострий кут між хордою і дотичною до кола в кінці цієї хорди дорівнює половині кута між радіусами, проведеними до кінців хорди. Тоді ∠ COB = 2 ∠ CBD. ∠ BOC – центральний, відповідний вписаному ∠ BAC. Тоді ∠ BAC = ∠ COB : 2 = ∠ CBD. Отже, ΔBCD і ΔABD – подібні (за двома кутами).



78. ΔAKE і ΔAKF – подібні (задача №77). Тоді AE : AK = AK : AF, $AF = AK^2$: AE = 16 : 8 = 2 см. **Відповідь: AF = 2 см.**



79. AE = EF + AF = AF + 5. ΔAKE і ΔAKF – подібні (задача №77). Тоді AE : AK = = AK : AF, $AF = AK^2$: (AF + 5), AF = 4 см. **Відповідь: AF = 4 см.**

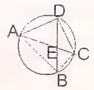
80. Сума протилежних кутів вписаного чотирикутника дорівнює 180°. **Відповідь: 1) ні, 2) так.**

81. ∠ C = 180 – 119 = 61°, ∠ D = 180 – 84 = 96°. **Відповідь: ∠ C = 61°, ∠ D = 96°.**

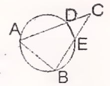
82. Протилежні кути вписаного чотирикутника в сумі складають 180°. Тоді:
1) 5x + 8x = 7x + 4x, 13x ≠ 11x. **Відповідь: ні;**
2) 3x + 8x = 5x + 6x, 11x = 11x. **Відповідь: так.**

83. Протилежні кути вписаного чотирикутника в сумі складають 180°. Тоді 2x + 7x = 180, x = 20°. **Відповідь: 40°, 120°, 140° і 60°.**

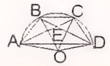
84. ΔABD і ΔBCD – прямокутні (вписані кути, які спираються на діаметр). ∠ ACD = 90 – 52 = 38°, ∠ ACB = 90 – 23 = 67°. ΔABD і ΔBCD – подібні, значить ∠ CBD = 52° і ∠ ADB = 67°. Звідси ∠ BEC = 180 – 52 – 67 = 61°. **Відповідь: 61°.**



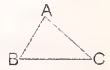
85. ∠ DEC = 180 – ∠ BED (суміжні кути), ∠ BAD = 180 – ∠ BED (про-тилежні кути вписаного чотирикутника), значить ∠ DEC = ∠ BAD. Отже ΔABC і ΔCED – подібні (за двома кутами, ∠ C - спільний). Тоді AC : CE = AB : DE, CE = 2 · 5 : 8 = 1,25 см; CD : BC = CE : AB, CD = 1,5 см. **Відповідь: CD = 1,5 см, CE = 1,25 см.**



86. ∠ BEC = 180 – 36 = 144°; трапеція рівнобічна, значить ΔBEC - рівнобедрений, ∠ ECB = (180 – 144) : 2 = 18°. Тоді ∠ BAC = = 180 – 54 – 18 = 108°. ∠ BOD – центральний, відповідний впи-



саному $\angle BCD$, $\angle BOD = 360 - 2 \cdot 126 = 108°$. $\angle AOD$ – центральний, відповідний вписаному $\angle ACD$, $\angle AOD = 360 - 2 \cdot 108 = 144°$. Трапеція рівнобічна, отже $\angle AOB = \angle COD = 144 - 108 = 36°$. Звідси, $\angle ABO = (180 - 36) : 2 = 72°$. $72° < 90°$, тобто центр описаного кола лежить поза межами трапеції.



87. 1) $AC^2 = 5^2 + 7^2 - 2 \cdot 5 \cdot 7\cos 60° = 39$, $AC = \sqrt{39}$ см;

2) $AC^2 = (5\sqrt{2})^2 + 4^2 - 2 \cdot (5\sqrt{2}) \cdot 4\cos 135° = 106$, $AC = \sqrt{106}$ см.

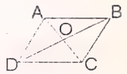
88. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$; $\cos\alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$; $\cos\alpha = \frac{8^2 + 11^2 - 5^2}{2 \cdot 8 \cdot 11} = \frac{10}{11}$;

$\cos\beta = \frac{5^2 + 11^2 - 8^2}{2 \cdot 5 \cdot 11} = \frac{41}{55}$; $\cos\gamma = \frac{5^2 + 8^2 - 11^2}{2 \cdot 5 \cdot 8} = -\frac{2}{5}$.

89. $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ (за основною тригонометричною тотожністю). Звідси

$\cos\alpha = \pm\sqrt{1 - (\frac{2\sqrt{2}}{3})^2} = \pm\frac{1}{3}$. 1) $a^2 = 6^2 + 9^2 - 2 \cdot 6 \cdot 9 \cdot (-\frac{1}{3}) = 153$, $a = 3\sqrt{17}$ см;

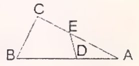
2) $a^2 = 6^2 + 9^2 - 2 \cdot 6 \cdot 9 \cdot \frac{1}{3} = 81$, $a = 9$ см. **Відповідь: 9см або $3\sqrt{17}$ см.**



90. $\angle ABC = 60°$ (за умовою), $\angle BCD = 120°$ відповідно. Тоді за теоремою косинусів $AC^2 = 8^2 + 10^2 - 2 \cdot 8 \cdot 10\cos 60° = 84$,

$AC = 2\sqrt{21}$ см; $BD^2 = 8^2 + 10^2 + 2 \cdot 8 \cdot 10\cos 60° = 244$,

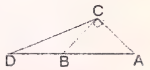
$BD = 2\sqrt{61}$ см. **Відповідь: $2\sqrt{21}$ см, $2\sqrt{61}$ см.**



91. $AB = \sqrt{4^2 + (2\sqrt{5})^2} = 6$ см (теорема Піфагора). Тоді $\cos\angle A =$

$= \frac{AC}{AB} = \frac{2}{3}$, $EA = AC - EC = 3$ см, $AD = AB - BD = 4$ см.

$ED^2 = 3^2 + 4^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} = 9$; $ED = 3$ см. **Відповідь: 3 см.**



92. $AC = BC = BD = 2$ см (за умовою). ΔABC – рівнобедрений і прямокутний, тобто $\angle ABC = 45°$, а $\angle DBC = 180 - 45 = 135°$.

Тоді $CD^2 = 2^2 + 2^2 - 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \cos 135° = 4(2 + \sqrt{2})$. $CD = 2\sqrt{2 + \sqrt{2}}$ см.

93. Позначимо меншу із невідомих сторін через x. Тоді, за теоремою косинусів:

$7^2 = x^2 + (x+5)^2 - 2x(x+5)\cos 60°$; $x^2 + 5x - 24 = 0$; $x = 3$ см. Більша сторона дорівнює $x + 5 = 8$ см. Отже $P_\Delta = 3 + 8 + 7 = 18$ см. **Відповідь: 18 см.**

94. Введемо коефіцієнт пропорційності x. Тоді третя сторона: $\sqrt{9x^2 + 25x^2 + 15x}$. З рівняння периметра: $15 - 8x = \sqrt{34x^2 + 15x}$. Обидві частини рівняння возводимо у квадрат, отримаємо $6x^2 - 51x + 45 = 0$, $x_1 = 1$, $x_2 = 7{,}5$.

Відповідь: 1) 3 см і 5 см; 2) 22,5 см і 37,5 см.

95. Позначимо невідому сторону через x. Тоді, за теоремою косинусів:

$7^2 = x^2 + 8^2 - 2x \cdot 8 \cdot \cos 60°$; $x^2 - 8x + 15 = 0$, $x_1 = 3$ см, $x_2 = 5$см.

Відповідь: 3 см або 5 см.

96. Опустимо з вершини B трапеції висоту на більшу основу і отримаємо точку E. Трапеція рівнобічна, значить $AE = (AD - BC) : 2 = 2$ см. $\cos\angle B = \frac{AE}{AB} = 0{,}2$.

Тоді $AC = BD = \sqrt{10^2 + 12^2 - 2 \cdot 10 \cdot 12 \cdot 0.2} = 14$ см. **Відповідь: 14 см.**

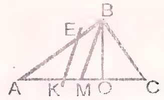
356. Рішення аналогічне попередній задачі. $\frac{S_{EAK}}{S_{PAM}} = \frac{1}{9}$; $k = \frac{1}{3}$.

$h_{PEKM} = h_{PAM} - h_{EAK}$; $h_{EAK} = \frac{1}{3}h_{PAM}$; $h_{PEKM} = \frac{2}{3}h_{PAM}$.

$S_{EAK} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}PM \cdot \frac{1}{3}h_{PAM} = \frac{1}{18}PM \cdot h_{PAM}$. $S_{PEKM} = \frac{PM + \frac{1}{3}PM}{2} \cdot \frac{2}{3}h_{PAM} = \frac{4}{9}PM \cdot h_{PAM}$.

$BC = 2PM$, $h_{CPMB} = h_{ABC} - h_{PAM} = h_{PAM}$. $S_{CPMB} = \frac{3}{2}PM \cdot h_{PAM}$.

$S_{EAK} : S_{PEKM} : S_{CPMB} = 1 : 8 : 27$. **Відповідь: 1 : 8 : 27.**



357. $AM = MC$, BO – висота, спільна для ΔABM і ΔBCM, отже

$S_{ABM} = S_{BCM}$. $S_{KEBC} = \frac{7}{5}S_{AEK}$ (за умовою), звідси

$S_{ABC} = \frac{12}{5}S_{AEK}$, $S_{ABM} = \frac{1}{2}S_{ABC} = \frac{6}{5}S_{AEK}$. Тоді

$k = \sqrt{\frac{6}{5}}$. $\frac{BM}{EK} = \sqrt{\frac{6}{5}}$; $EK = \sqrt{30}$. **Відповідь: $\sqrt{30}$ см.**

358. ΔAMD і ΔNMC – подібні (за трьома кутами), $\frac{CM}{AM} = \frac{3}{8} = k$ (за умовою).

Тоді $k^2 = \frac{9}{64}$, $\frac{S_{NMC}}{S_{AMD}} = \frac{9}{64}$, $S_{AMD} = \frac{64}{9} \cdot 12 = \frac{256}{3}$ см². **Відповідь: $85\frac{1}{3}$ см².**

359. (мал. до задачі №357). $\frac{S_{AEK}}{S_{ABM}} = \frac{1}{4}$, $k = \frac{1}{2}$. Отже, проведемо пряму паралельну медіані через точку E, яка ділить сторону AB навпіл.

360. $p = \frac{10+17+24}{2} = 25{,}5$ см, $S_{ABC} = \sqrt{25{,}5(25{,}5-10)(25{,}5-17)(25{,}5-24)} = 12{,}75\sqrt{31}$ см².

$\frac{S_{BKM}}{S_{ABC}} = \frac{4}{49}$; $S_{BKM} = \frac{4}{49} \cdot 12{,}75\sqrt{31} = \frac{51}{49}\sqrt{31}$ см². $S_{AKMC} = S_{ABC} - S_{BKM} = \frac{2295}{196}\sqrt{31}$ см².

Відповідь: $\frac{2295}{196}\sqrt{31}$ см².

361. 1) $S = \pi r^2 = 9\pi$ **см²**; 2) $S = \pi \cdot (\frac{5}{\pi})^2 = \frac{25}{\pi}$ **см²**; 3) $S = \pi(\frac{7}{\sqrt{\pi}})^2 = 49$ **см².**

362. $r = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = \sqrt{\frac{16}{\pi}} \approx 2{,}3$ см. **Відповідь: 2,3 см.**

363. $S_1 = \pi r_1^2$; $S_2 = \pi r_2^2$. $\frac{\pi r_1^2}{\pi r_2^2} = \frac{4}{9}$; $\frac{r_1}{r_2} = \frac{2}{3}$. **Відповідь: 2 : 3.**

364. $r = \frac{l}{2\pi} = \frac{10\pi}{2\pi} = 5$ см. $S = \pi r^2 = 25\pi$ см². **Відповідь: 25π см².**

365. $r_1 = \sqrt{\frac{S_1}{\pi}} = \sqrt{\frac{a}{\pi}}$ см, $r_2 = \sqrt{\frac{b}{\pi}}$ см. $\frac{l_1}{l_2} = \frac{\pi\sqrt{\frac{a}{\pi}}^2}{\pi\sqrt{\frac{b}{\pi}}^2} = \frac{a}{b}$. **Відповідь: $\frac{a}{b}$.**

366. $S = \frac{1}{2}a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a$; $a = \sqrt{\frac{4 \cdot 4\sqrt{3}}{\sqrt{3}}} = 4$ см (a – сторона трикутника). $r = \frac{a}{2\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ см,

$S_O = \pi r^2 = \frac{4}{3}\pi$ см². **Відповідь: $\frac{4}{3}\pi$ см².**

367. Для правильного трикутника: $R = \frac{a}{\sqrt{3}}$, $r = \frac{a}{2\sqrt{3}}$. Тоді $\frac{S_R}{S_r} = \frac{\pi(\frac{a}{\sqrt{3}})^2}{\pi(\frac{a}{2\sqrt{3}})^2} = 4$.

$$\frac{\frac{1}{4}\sqrt{3}a^2_{\Delta}}{\frac{3}{2}\sqrt{3}a^2_{шест}}=1;\quad \frac{a_{\Delta}}{a_{шест}}=\sqrt{6}.\quad \frac{a^2_{\square}}{\frac{3}{2}\sqrt{3}a^2_{шест}}=1;\quad \frac{a_{\square}}{a_{шест}}=\frac{\sqrt{2}\sqrt[4]{27}}{2}.$$

346. Правильний шестикутник поділяється трьома більшими діагоналями на шість рівносторонніх трикутників зі стороною a = 3 см (за умовою). Тоді, площа трьох новоутворених трикутників $3S_{\Delta}=\frac{1}{2}S_{шест}$. Звідси,

$S=1{,}5S_{шест}=\frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2}\sqrt{3}a^2=\frac{81}{4}\sqrt{3}$ см². **Відповідь: $\frac{81}{4}\sqrt{3}$ см².**

347. $R_{\Delta}=r_{шест}$. Тоді, $r=\frac{4}{\sqrt{3}}$ см, $a=\frac{2}{3}\sqrt{3}r=\frac{8}{3}$ см. $S=\frac{3}{2}\sqrt{3}(\frac{8}{3})^2=\frac{32}{3}\sqrt{3}$ см².

Відповідь: $\frac{32}{3}\sqrt{3}$ см².

348. В опуклому чотирикутнику добуток площ навхрест лежачих трикутників, утворених діагоналями чотирикутника, рівний. $S_{AMB}\cdot S_{DMC}=S_{BMC}\cdot S_{AMD}$, тоді $S_{BMC}=\frac{4\cdot12}{9}=\frac{16}{3}$ см². **Відповідь: $5\frac{1}{3}$ см².**

349. $p=\frac{7+24+20+15}{2}=33$ см. Площа чотирикутника, навколо якого можна описати коло, знаходиться за формулою: $S=\sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$.

$S=\sqrt{(33-7)(33-24)(33-20)(33-15)}=234$ см². **Відповідь: 234 см².**

350. $S(F')=k^2S(F'')$; $k=\frac{2}{3}$; $\frac{S(F')}{S(F'')}=(\frac{2}{3})^2=\frac{4}{9}$. **Відповідь: $\frac{4}{9}$.**

351. Позначимо діагональ одного квадрата через a, діагональ другого – 2a. Тоді

$b=a\sin45°=\frac{a\sqrt{2}}{2}$, $b'=a\sqrt{2}$. $\frac{S(F)}{S(F')}=\frac{(\frac{a\sqrt{2}}{2})^2}{(a\sqrt{2})^2}=\frac{1}{4}$. **Відповідь: $\frac{1}{4}$.**

352. Середня лінія ділить сторону та висоту трикутника навпіл і дорівнює половині основи. $\frac{S(\Delta)}{S(\Delta')}=(\frac{\frac{1}{2}ah}{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}a\cdot\frac{1}{2}h})^2=16$. **Відповідь: 16 : 1.**

353. $\frac{S'_{шест}}{S''_{шест}}=k^2$; $k^2=(\frac{3}{5})^2=\frac{9}{25}$, $S''_{шест}=\frac{25}{9}\cdot72=200$ см². **Відповідь: 200 см².**

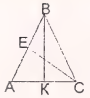
354. $\frac{a'}{a''}=k=\frac{3}{5}$; $k^2=\frac{9}{25}$; 1) дана площа меншого многокутника $S''=\frac{25}{9}\cdot80=222\frac{2}{9}$ см²;.

2) дана площа більшого многокутника $S''=\frac{9}{25}\cdot80=28\frac{4}{5}$ см².

Відповідь: $222\frac{2}{9}$ см² або $28\frac{4}{5}$ см².

355. Пряма паралельна основі трикутника поділяє його на трикутник і трапецію площі яких відносяться як 1 : 4. $S'_{\Delta}=\frac{1}{2}ah_{\Delta}$; $S_{\Delta}=S'_{\Delta}+4S'_{\Delta}=5S'_{\Delta}$, h – висота даного трикутника, $h=h_{тр}+h_{\Delta}$. Трикутники подібні, значить їх відповідні лінійні розміри відносяться однаково. $\frac{S_{\Delta}}{S'_{\Delta}}=k^2=5$; $k=\sqrt{5}$, значить $P=P'\sqrt{5}=20\sqrt{5}$ см. **Відповідь: $20\sqrt{5}$ см.**

97. З ΔABK: $AB=\frac{a}{2\cos\alpha}$, $AE=BE=\frac{a}{4\cos\alpha}$. За теоремою косинусів:



$EC^2=a^2+\frac{a^2}{16\cos^2\alpha}-2\cdot a\cdot\frac{a}{4\cos\alpha}\cos\alpha=\frac{a^2(8\cos^2\alpha+1)}{16\cos^2\alpha}$;

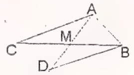
$EC=\frac{a}{4\cos\alpha}\sqrt{8\cos^2\alpha+1}$. **Відповідь: $\frac{a}{4\cos\alpha}\sqrt{8\cos^2\alpha+1}$.**

98. Позначимо шуканий кут α, а діагональ – x, тоді протилежний кут – 180 – α, cos(180 – α) = – cosα. Тоді $x^2=a^2+d^2+2ad\cos\alpha$ і $x^2=c^2+b^2-2cb\cos\alpha$. Порівняємо праві частини рівнянь: $a^2+d^2+2ad\cos\alpha=c^2+b^2-2cb\cos\alpha$,

$\cos\alpha=\frac{c^2+b^2-a^2-d^2}{2(ad+cb)}$. **Відповідь: $\cos\alpha=\frac{c^2+b^2-a^2-d^2}{2(ad+cb)}$.**

99. За теоремою косинусів, $a^2=b^2+c^2-2bc\cos\alpha$. Підставимо замість лівої частини рівняння праву частину даного рівняння: $b^2+c^2+bc=b^2+c^2-2bc\cos\alpha$, cos α = – 0,5, α = 120°.

100. На подовжені медіани AM відкладемо відрізок MD, рівний AM. Маємо, AC = BD = 20 см (за побудовою, ABDC – паралелограм).



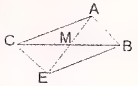
∠ ABD = 180 – 120 = 60°. $AD^2=20^2+12^2-2\cdot20\cdot12\cdot0{,}5=304$

(за теоремою косинусів); $AD=4\sqrt{19}$ см. **Відповідь: $4\sqrt{19}$ см.**

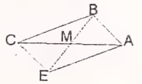
101. Введемо коефіцієнт пропорційності x, тоді діагоналі дорівнюють 6x і 7x. Сума квадратів діагоналей паралелограма дорівнює подвоєній сумі квадратів його сторін. Отже, $(6x)^2+(7x)^2=2(14^2+22^2)$, $85x^2=1360$, x = 4.
Відповідь: 24 см і 28 см.

102. Позначимо меншу сторону паралелограма через x, тоді більша сторона буде x + 5. Звідси, $17^2+19^2=2(x^2+(x+5)^2)$, $x^2+5x-150=0$, x = 10 см.
Відповідь: 10 см і 15 см.

103. На подовжені медіани AM відкладемо відрізок ME, рівний AM. З'єднаємо отриману точку E з вершинами C і B трикутника, отримаємо паралелограм. Тоді $13^2+AE^2=2(8^2+9^2)$, AE = 11 см.
Відповідь: медіана дорівнює 5,5 см.



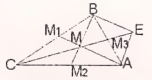
104. На подовжені медіани BM відкладемо відрізок ME, рівний BM. BE = 2 BM (за побудовою), введемо коефіцієнт пропорційності x. Тоді $(4x)^2+(7x)^2=2(7^2+9^2)$, $65x^2=260$, x = 2 см.
Відповідь: AC = 14 см.



105. Рішення аналогічне попередній задачі. $8^2+(2\cdot6)^2=2(8^2+x^2)$, $x=2\sqrt{10}$ см.

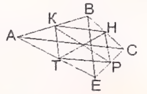
Відповідь: $2\sqrt{10}$ см.

106. Медіани трикутника перетинаються і точкою перетину діляться у відношенні 2 : 1, тобто BM = 10 см, AM = 8 см. $BA^2=10^2+8^2-2\cdot10\cdot8\cos60°=84$. На подовжені медіани CM_3 відкладемо відрізок M_3E, рівний CM_3, отримаємо паралелограм BEAM. Тоді $ME^2+84=2(8^2+10^2)$, $ME=2\sqrt{61}$ см. $CM=ME=2MM_3$, $MM_3=\sqrt{61}$ см.



Відповідь: $3\sqrt{61}$ см.

107. Сторони чотирикутника KHPT є середніми лініями трикутників ABC, BCE, ACE і ABE, значить KH = PT = AC:2 і KT = HP = BE:2. Тоді $KP^2+TH^2=2(KH^2+KT^2)=2(\frac{1}{4}AC^2+\frac{1}{4}BE^2)=\frac{1}{2}(AC^2+BE^2)$.



108. $\frac{AC}{\sin\angle B}=\frac{BC}{\sin\angle A}$ (теорема синусів), $AC=\frac{5\sqrt{3}\cdot\sin\angle 45}{\sin\angle 60}=5\sqrt{2}$ см.

109. $\angle B = 180 - 135 - 15 = 30°$. $\frac{AB}{\sin\angle C}=\frac{AC}{\sin\angle B}$, $AC=\frac{3\sqrt{2}\cdot\sin\angle 30}{\sin\angle 135}=3$ см.

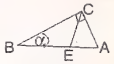
110. $\frac{AB}{\sin\angle C}=\frac{BC}{\sin\angle A}$, $\sin\angle C=\frac{13\cdot\frac{2}{3}}{8}=\frac{13}{12}>1$. **Відповідь: ні.**

111. $\angle A=180-(\beta+\gamma)$; $\sin(180-(\beta+\gamma))=\sin(\beta+\gamma)$.

$\frac{AB}{\sin\angle C}=\frac{AC}{\sin\angle B}=\frac{BC}{\sin\angle A}$; $\mathbf{AC=\frac{a\cdot\sin\beta}{\sin(\beta+\gamma)}}$; $\mathbf{AB=\frac{a\cdot\sin\gamma}{\sin(\beta+\gamma)}}$.

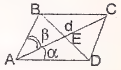
112. $AC=\frac{AB}{\cos\alpha}=\frac{c}{\cos\alpha}$; $\angle C=180-\beta-\gamma$, $\frac{AD}{\sin\angle C}=\frac{AC}{\sin\angle D}$; $\mathbf{AD=\frac{c\cdot\sin(\beta+\gamma)}{\cos\alpha\cdot\sin\gamma}}$.

113. BC = AB cos α; ∠ ECB = 90 : 2 = 45°; ∠ BEC = 180 – (45 + α).



$\frac{CE}{\sin\angle B}=\frac{BC}{\sin\angle BEC}$; $\mathbf{CE=\frac{c\cdot\cos\alpha\cdot\sin\alpha}{\sin(45°+\alpha)}}$.

114. ABCD – паралелограм, значить ∠ ACB = α і ∠ ACD = β,

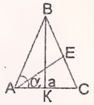


$\angle B=180-\beta-\alpha$. $\frac{AC}{\sin\angle B}=\frac{BC}{\sin\beta}=\frac{AB}{\sin\alpha}$; $\mathbf{AB=\frac{d\cdot\sin\alpha}{\sin(\beta+\alpha)}}$;

$BC=\frac{d\cdot\sin\beta}{\sin(\beta+\alpha)}$. $BD=\sqrt{(\frac{d\cdot\sin\alpha}{\sin(\beta+\alpha)})^2+(\frac{d\cdot\sin\beta}{\sin(\beta+\alpha)})^2-2\frac{d\cdot\sin\alpha}{\sin(\beta+\alpha)}\frac{d\cdot\sin\beta}{\sin(\beta+\alpha)}\cos(\alpha+\beta)}$;

$\mathbf{BD=\frac{d}{\sin(\beta+\alpha)}\sqrt{\sin^2\alpha+\sin^2\beta-2\sin^2\alpha\cdot\sin^2\beta\cdot\cos(\beta+\alpha)}}$.

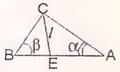
115. Проведемо висоту ВК, $AB = BC = \frac{a}{2\cos\alpha}$, $\angle ABK = 90-\alpha$. Тоді



$\angle ABC = 2(90-\alpha) = 180-2\alpha$, $\angle AEB = 180-180+2\alpha-\frac{\alpha}{2}=\frac{3\alpha}{2}$.

$\frac{AE}{\sin\angle B}=\frac{AB}{\sin\angle AEB}$; $\mathbf{AE=\frac{a\cdot\sin 2\alpha}{2\sin\frac{3\alpha}{2}\cos\alpha}}$.

116. ∠ C = 180 – α – β, ∠ BCE = ∠ ACE = (180 – α – β) : 2, ∠ BEC =



$= 180-\alpha-(180-\alpha-\beta):2 = 90-\frac{\alpha}{2}+\frac{\beta}{2}$. $\frac{CE}{\sin\angle B}=\frac{CB}{\sin\angle CEB}$;

$CB=\frac{l\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}}{\sin\beta}$. $\angle AEC=180-(90-\frac{\alpha}{2}+\frac{\beta}{2})=90-\frac{\beta-\alpha}{2}$, $CA=\frac{l\cdot\cos\frac{\beta-\alpha}{2}}{\sin\alpha}$.

$AB=\frac{l\cdot\cos\frac{\beta+\alpha}{2}}{\sin\alpha\cdot\sin\beta}(\sin\alpha+\sin\beta)$.

117. $AB=\frac{b}{\cos\alpha}$. $\frac{AB}{\sin\beta}=\frac{BD}{\sin\gamma}$; $BD=\frac{b\ \sin\gamma}{\cos\alpha\ \sin\beta}$. ∠ CBD = 360 – ∠ ABC – ∠ ABD,

∠ ABC = 90 – α, ∠ ABD = 180 – β – γ, ∠ CBD = 90 + α + β + γ. BC = b tgα.

337. (мал. до задачі №336) ∠ DAB = 45°, тоді AK = BK, OM = BK : 2,

$BC=2\frac{BK}{2}\text{tg}22{,}5°=BK(\sqrt{2}-1)$,

$AD=BK(\sqrt{2}-1)+2BK=BK(\sqrt{2}+1)$. Тоді

$\frac{BK(\sqrt{2}-1)+BK(\sqrt{2}+1)}{2}BK=50\sqrt{2}$, $BK^2=50$, $BK=\sqrt{50}$ см.

Відповідь: $\sqrt{50}$ см².

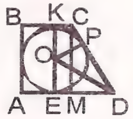
338. AK = 2BC – HD (за умовою), через висоту знайдемо AK.

$26^2-AK^2=30^2-(28-AK)^2$; AK = 10 см, HD = 18 см.

26 – BE = BE + 10, BE = 8 см; 30 – EC = EC + 18, EC = 6 см.
Тоді BC = 8 + 6 = 14 см, AD = 18 + 10 + 14 = 42 см;

$BK=\sqrt{26^2-10^2}=24$ см. $S=\frac{14+42}{2}\cdot 24=672$ см². **Відповідь: 672 см².**

339. AE = 3 см, ED = 12 см (за умовою), тоді EK = 2AE = 6 см (AE – радіус, KE – діаметр). PD = ED = 12 см. ΔOKC і ΔEOD – подібні (за гострим кутом), звідси $\frac{KC}{OE}=\frac{KO}{ED}$, $KC=\frac{3\cdot 3}{12}=\frac{3}{4}$ см.



$BC = 3+\frac{3}{4}=3\frac{3}{4}$ см, . $S=\frac{3\frac{3}{4}+15}{2}\cdot 6=56\frac{1}{4}$ см². **Відповідь: $56\frac{1}{4}$ см².**

340. $\angle AEB=\frac{1}{2}\angle OEC=30°$, BE = 2BK = 8 см. Площа трапеції дорівнює добутку півсуми основ на висоту, $\frac{BC+AE}{2}=KE$. $KE=8\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$ см.

$S=4\sqrt{3}\cdot 4=16\sqrt{3}$ см². **Відповідь: $16\sqrt{3}$ см².**

341. Площа чотирикутника дорівнює половині добутку між його діагоналями на синус кута між ними $cd\sin\alpha=cd$, $\sin\alpha=1$, $\alpha=90°$. Діагоналі перпендикулярні.

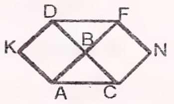
342. Знайдемо площі фігур з яких складається шестикутник. ΔDFB = ΔABC (за першою ознакою) $S_{ABDK}=S_{CBFN}=a^2$; $S_{ABC}=S_{BDF}=\frac{1}{2}a^2$.

$S_{AKDFNC}=2S_{ABDK}+2S_{ABC}=3a^2$. **Відповідь: 3a² см².**

343. $S=\frac{3}{2}\sqrt{3}a^2$, де a – сторона шестикутника. Позначимо меншу діагональ – c.

Виразимо сторону шестикутника через діагональ c:

$a=\frac{c}{2\cos 30°}=\frac{c\sqrt{3}}{3}$. Тоді $S=\frac{3}{2}\sqrt{3}(\frac{c\sqrt{3}}{3})^2=\frac{\sqrt{3}}{2}\mathbf{c}$.

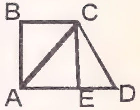


344. $a=\frac{2r}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}r}{3}$, $S=\frac{3}{2}\sqrt{3}a^2=2\sqrt{3}r^2=32\sqrt{3}$ см². **Відповідь: $32\sqrt{3}$ см².**

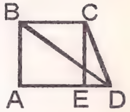
345. $S=\frac{1}{4}\sqrt{3}a^2_{\Delta}$; $S=a^2_{\Box}$; $S=\frac{3}{2}\sqrt{3}a^2_{шест}$. $\frac{\frac{1}{4}\sqrt{3}a^2_{\Delta}}{a^2_{\Box}}=1$; $\frac{a_{\Delta}}{a_{\Box}}=\frac{2}{3}\sqrt[4]{3}$.;

$S = \frac{4+10}{2} \cdot \sqrt{31} = 7\sqrt{31}$ см^2. **Відповідь: $7\sqrt{31}$ см^2.**

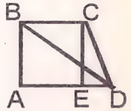
328. Більша основа дорівнює 12 + 6 = 18 см. ΔABD – рівнобедрений і прямокутний (AC – бісектриса), значить AB = BC = 12 см. $S = \frac{12+18}{2} \cdot 12 = 180$ см^2. **Відповідь: 180 см^2.**



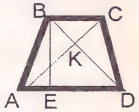
329. $\angle BCD = 135°$, значить $\angle ADC = 45°$. $CD = \frac{CE}{\sin 45°} = 10\sqrt{2}$ см, $ED = CD = 10\sqrt{2}$ см, тоді менша основа – $BC = 24 - 10\sqrt{2}$ см. $S = \frac{24-10\sqrt{2}+24}{2} \cdot 10\sqrt{2} = 240\sqrt{2} - 100$ см. **Відповідь: $240\sqrt{2} - 100$ см.**



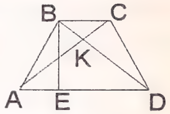
330. $ED = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$ см. Введемо коефіцієнт пропорційності x, тоді $5x - 2x = 15$, $x = 5$ см. Отже, BC = 10 см, AD = 25 см. $S = \frac{10+25}{2} \cdot 8 = 140$ см^2. **Відповідь: 140 см^2.**



331. Трапеція рівнобічна, значить ED дорівнює середній лінії трапеції, отже ΔBCK і ΔAKD – рівнобедрені, значить $\angle KBC = \angle KAD = 30°$; $\angle EBD = 90 - 30 = 60°$, тоді ED = BE tg60°=21 см. $S = \frac{1}{2} 21 \cdot 7\sqrt{3} = 73{,}5\sqrt{3}$ см^2. **Відповідь: $73{,}5\sqrt{3}$ см^2.**

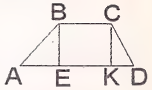


332. Трапеція рівнобічна, значить ED дорівнює середній лінії трапеції, отже ΔBCK і ΔAKD – рівнобедрені, значить $\angle KBC = \angle KAD = 45°$; $\angle EBD = 90 - 45 = 45°$, тоді ED = = BE = 10 см. $S = \frac{1}{2} 10^2 = 50$ см^2. **Відповідь: 50 см^2.**



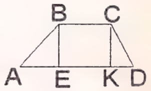
333. AE + KD = 18 – 8 = 10 см, KD = 10 – AE. BE = CK, BE = AEtg30°, CK = KDtg60°, $\frac{AE}{\sqrt{3}} = (10 - AE)\sqrt{3}$, AE = 7,5см. $BE = \frac{7{,}5}{\sqrt{3}} = 2{,}5\sqrt{3}$ см. $S = \frac{8+18}{2} 2{,}5\sqrt{3} = 32{,}5\sqrt{3}$ см^2.

Відповідь: $32{,}5\sqrt{3}$ см^2.



334. Позначимо меншу основу трапеції через x. Тоді $\frac{x+x+8}{2} \cdot 6 = 108$; $x = 14$ см, більша основа: 14 + 8 = 22 см. **Відповідь: 14 см і 22 см.**

335. Припустимо, AB = 28 см, BC = 8 см, CD = 26 см, AD = 22 см. KD = 14 – AE, $28^2 - AE^2 = 26^2 - (14 - AE)^2$; $AE = \frac{76}{7}$ см. Звідси, $BE = \sqrt{28^2 - (\frac{76}{7})^2} = \frac{8}{7}\sqrt{510}$ см. $S = \frac{120}{7}\sqrt{510}$ **см^2**.

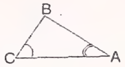


336. Центр вписаного кола лежить на перетині бісектрис кутів трапеції, отже ΔAPO = ΔAOM, ΔPBO = ΔBEO, ΔEOC = ΔCOK, ΔKOD = ΔODM (за другою ознакою), тоді BC = 2BP = 18 см, AD = 2AP = 32 см, $AK = \frac{32-18}{2} = 7$ см. $BK = \sqrt{25^2 - 7^2} = 24$ см, $S = \frac{9+16}{2} \cdot 24 = 300$ см^2. **Відповідь: 300 см^2.**

$$CD = \sqrt{(b\ tg\alpha)^2 + (\frac{b\ \sin\gamma}{\cos\alpha\ \sin\beta})^2 - 2b\ tg\alpha \frac{b\ \sin\gamma}{\cos\alpha\ \sin\beta}\cos(90 + \alpha + \beta + \gamma)} =$$

$$\frac{b}{\cos\alpha\ \sin\beta}\sqrt{\sin^2\alpha\sin^2\beta + \sin^2\gamma + 2\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma\sin(\alpha + \beta + \gamma)}$$

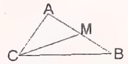
118. Позначимо меншу сторону через x, тоді більша буде x + 4.



$\frac{BC}{\sin\angle A} = \frac{AB}{\sin\angle C}$; $\frac{x}{\sin 60°} = \frac{x+4}{\sin 45°}$; $\frac{x}{x+4} = \sqrt{\frac{3}{2}}$; $x = 4(3 + 2\sqrt{3})$.

Відповідь: $BC = 4(3 + 2\sqrt{3})$, $AB = 8(2 + \sqrt{3})$.

119. $\angle BMC = 180 - \angle AMC$, $\sin\angle BMC = \sin\angle AMC$, BM = AM.



$\frac{AM}{\sin\angle MCA} = \frac{AC}{\sin\angle AMC}$; $\frac{BM}{\sin\angle MCB} = \frac{BC}{\sin\angle AMC}$;

$AM\sin\angle AMC = AC\sin\angle MCA$; $AM\sin\angle AMC = BC\sin\angle MCB$;

$AC\sin\angle MCA = BC\sin\angle MCB$; $AC : BC = \sin\angle MCB : \sin\angle MCA$.

120. $\frac{AB}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{AC}{\sin\alpha} = \frac{BC}{\sin\beta}$; $BC = \frac{AB\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}$; $AC = \frac{AB\sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}$.

$P = AB + \frac{AB\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)} + \frac{AB\sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}$; $\mathbf{AB = \frac{P\sin(\alpha+\beta)}{\sin\alpha + \sin\beta + \sin(\alpha+\beta)}}$. Аналогічно

знаходимо: $\mathbf{AC = \frac{P\sin\alpha}{\sin\alpha + \sin\beta + \sin(\alpha+\beta)}}$; $\mathbf{BC = \frac{P\sin\beta}{\sin\alpha + \sin\beta + \sin(\alpha+\beta)}}$.

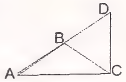
121. Проти більшої сторони лежить більший кут, отже $\angle C > \angle A > \angle B$.

122. $\angle C = 180 - 43 - 82 = 55°$. Проти більшого кута лежить більша сторона, отже AC > AB > BC.

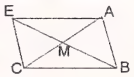
123. Проти меншої сторони лежить менший кут, отже кут C, у будь якому випадку, має бути найменшим. (180 – 61) : 2 = 59,5° < 61°. **Відповідь: ні.**

124. 1) $3^2 + 4^2 < 6^2$ (тупокутний); 2) $5^2 + 6^2 > 7^2$ (гострокутний); 3) $8^2 + 15^2 = 17^2$ (прямокутний).

125. $\angle A + \angle C = 180 - \angle B$, $\angle CBD = 180 - \angle B$, $\angle A + \angle C = \angle CBD$. Звідси, $\angle A < \angle CBD$, а проти меншого кута лежить менша сторона. Отже CD > BC.

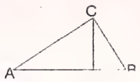


126. Подовжимо медіану BM за точку M на довжину рівну BM. ABCE – паралелограм, значить ΔABE = ΔBCE. Проти більшої сторони трикутника лежить більший кут, отже $\angle ABE > \angle CBE$.



127. У даних трикутниках дві сторони рівні, а AC > KE. Кут між рівними сторонами тим більше чим більше протилежна йому сторона. Отже $\angle B > \angle P$.

128. CD – висота, значить ΔACD і CBD – прямокутні. $\angle A = 90 - \angle ACD$; $\angle B = 90 - \angle BCD$; $\angle B > \angle A$. Тоді $\angle BCD > \angle ACD$. Проти меншого кута лежить менша сторона, отже AD > BD.



129. $\frac{AB}{\sin\angle C} = \frac{AC}{\sin\angle B}$ (теорема синусів); $\sin\angle C = \frac{AB\sin\angle B}{AC} = \frac{1}{2}$; $\mathbf{\angle C = 30°}$.

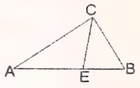
130. $\frac{AB}{\sin\angle C} = \frac{BC}{\sin\angle A}$; $\sin\angle A = \frac{BC\sin\angle C}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2}$; **Відповідь: $\angle A = 60°$ або $120°$.**

131. Бісектриса ділить протилежну сторону на відрізки пропорційні прилеглим до неї сторонам. Тоді:
1) позначимо AD через x. 8 : 14 = x : (11 – x); x = 4. **AD = 4 см, DC = 7 см**;
2) AD : DC = AB : BC; AB : BC = 7 : 8; AB = 7 · 24 : 8 = 21 см. **AB = 21 см**;
3) позначимо AD через x, тоді DC = x + 3. 2 : 3 = x : (x + 3), x = 6, AD = 6 см; DC = 6 + 3 = 9 см. AC = 6 + 9 = 15 см. **AC = 15 см**;
4) позначимо AB через x, тоді BC = 56 – x. 9 : 15 = x : (56 – x), x = 21 см; BC = 56 – 21 = 35 см, AC = 9 + 15 = 24 см. **AB = 21 см, BC = 35 см, AC = 24 см.**

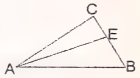
132. AC : BC = 12 : 15 = 4 : 5; AD : DB = 6 : 12 = 1 : 2, 4 : 5 ≠ 1 : 2, значить CD не є бісектрисою ∠ ACB, AD < BD. **Відповідь: ∠ ACD < ∠ BCD.**

133. Бісектриса ділить катет у відношенні 2 : 1, значить відношення катета до гіпотенузи теж буде 2 : 1. У прямокутному трикутнику де катет вдвічі менший за гіпотенузу гострі кути дорівнюють 30° і 60°. **Відповідь: 30° і 60°.**

134. AE : EB = 20 : 15 = 4 : 3 = AC : BC. Звідси BC = $\frac{3}{4}$ AC. Тоді (за теоремою Піфагора) $AC^2 + (\frac{3}{4}AC)^2 = (15+20)^2$, AC = 28 см, BC = 3 · 28 : 4 = 21 см. **Відповідь: 28 см і 21 см.**



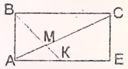
135. BE : EC = 5 : 3, BE – EC = 6 см (за умовою). Звідси 5 : 3 = = (EC + 6) : EC, EC = 9 см, BE = 9 + 6 = 15 см. AC = $\frac{3}{5}$ AB, за теоремою Піфагора $AB^2 - (\frac{3}{5}AB)^2 = (9+15)^2$, AB = 30 см, AC = 3 · 30 : 5 = 18 см. **Відповідь: 18 см, 24 см і 30 см.**



136. BC = $\sqrt{10^2+24^2}$ = 26 см, AB = $\sqrt{7^2+24^2}$ = 25 см (за теоремою Піфагора). AB : BC = AE : EC = 25 : 26, AE = 17 – EC. Тоді (17 – EC) : EC = 25 : 26, EC = $8\frac{2}{3}$ см, AE = 17 – $8\frac{2}{3}$ = $8\frac{1}{3}$ см. **Відповідь: $8\frac{2}{3}$ см і $8\frac{1}{3}$ см.**

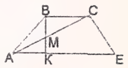
137. Діагональ прямокутника розбиває його на два рівних прямокутних трикутника, значить його сторони відосяться як 3 : 4 (властивість бісектриси). Введемо коефіцієнт пропорційності x. Тоді 2(3x + 4x) = 42, x = 3. Отже сторони будуть 9 см і 12 см. Діагональ: $\sqrt{9^2+12^2}$ = 15 см. **Відповідь: 15 см.**

138. BK – бісектриса, значить ∠ ABK = ∠ AKB = 45°. Тоді AB = = AK = 10 см, BC = AE = 10 + 14 = 24 см. AC = $\sqrt{10^2+24^2}$ = = 26 см (теорема Піфагора), звідси AM = 26 – MC. AB : BC = AM : MC (властивість бісектриси), (26 – MC) : MC = 10 : 24, MC = $18\frac{6}{17}$ см, AM = $7\frac{11}{17}$ см.

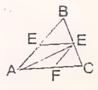


Відповідь: $18\frac{6}{17}$ см і $7\frac{11}{17}$ см.

139. ΔAMK і ΔBCM – подібні (за двома кутами). Звідси BM : MK = = BC : AK, AK = $\frac{4}{5}$ BC. AB = BC (за умовою), $AK^2 = BC^2 - 729$; $BC^2 - 729 = \frac{16}{25}BC^2$, BC = AB = CE = 45 см. AK = 4 · 45 : 5 = 36 см. AE = 2 · 36 + + 45 = 117 см. **Відповідь: 45 см, 45 см, 45 см і 117 см.**



140. AE – діагональ ромба, значить і бісектриса ∠ A. Тоді, AB : BE = = AC : EC, BE : EC = 21 : 15 = 7 : 5; EC = $\frac{5}{7}$ BE. BE + $\frac{5}{7}$ BE = 18, BE = 10,5 см, EC = 18 – 10,5 = 7,5 см. **Відповідь: 10,5 см і 7,5 см.**



316. Висота трикутника побудована до найменшої сторони є найбільшою. Аналогічно задачі №314, $15^2 - (13-x)^2 = 14^2 - x^2$; $x = \frac{70}{13}$ см. Тоді висота буде

$h = \sqrt{14^2 - (\frac{70}{13})^2} = \frac{168}{13} = 12\frac{12}{13}$ см. **Відповідь: $12\frac{12}{13}$ см.**

317. Кола попарно дотикаються, отже сторони трикутника дорівнюватимуть 1,5 см, 3,5 см і 4 см. Далі рішення аналогічне задачі №316. $S = \frac{3}{2}\sqrt{3}$ **см²**.

318. Висоти, опущені з точки O, усіх цих трикутників рівні (радіуси). Тоді

$p = \frac{13+14+15}{2} = 21$ см, (p – півпериметр), $r = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)(p-c)}{p}} = 4$ см.

$S_1 = \frac{1}{2}\cdot 13\cdot 4 = 26$ см², $S_2 = \frac{1}{2}\cdot 14\cdot 4 = 28$ см², $S_3 = \frac{1}{2}\cdot 15\cdot 4 = 30$ см².

Відповідь: 26 см², 28 см², 30 см².

319. $S = \frac{10+14}{2}\cdot 5 = 60$ см². **Відповідь: 60 см².**

320. Позначимо основу через x, тоді $\frac{12+x}{2}\cdot 7 = 98$; x = 16 см. **Відповідь: 16 см.**

321. Позначимо меншу основу трапеції через x, тоді більша –4x. $\frac{x+4x}{2}5 = 50$, x = 4 см. **Відповідь: основи трапеції дорівнюють 7 см і 16 см.**

322. $h = 6\sin 45° = 3\sqrt{2}$ см. Тоді $S = \frac{7+9}{2}\cdot 3\sqrt{2} = 24\sqrt{2}$ см². **Відповідь: $24\sqrt{2}$ см².**

323. а) Висота трапеції дорівнює $AB\sin 30° = 6$ см, більша основа -

$AD = 7 + \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 12 + \sqrt{10^2 - 6^2} = 15 + 6\sqrt{3}$ см. $S = \frac{7+15+6\sqrt{3}}{2}\cdot 6 = 66 + 18\sqrt{3}$ см²;

б) $CD = AB\sin 45° = 4$ см, $AD = 3 + 4\sqrt{2}\cos 45° = 7$ см. $S = \frac{3+7}{2}\cdot 4 = 20$ см².

Відповідь: а) $66 + 18\sqrt{3}$ см²; б) 20 см².

324. Трапеція рівнобічна, отже $AE = \frac{AD-BC}{2} = 5$ см. Тоді

$BE = \sqrt{37^2 - 5^2} = 8\sqrt{21}$ см. $S = \frac{30+40}{2}\cdot 8\sqrt{21} = 280\sqrt{21}$ см².

Відповідь: $280\sqrt{21}$ см².

325. (Мал. зад. №324). ∠ ABE = 90 – 60 = 30°, значить $AE = \frac{1}{2}AB = 5$ см,

$BE = AB\cos 30° = 5\sqrt{3}$ см. Трапеція рівнобічна, отже AD = BC + 2AE = 17 см.

$S = \frac{10+17}{2}\cdot 5\sqrt{3} = \frac{135}{2}\sqrt{3}$ см². **Відповідь: $67{,}5\sqrt{3}$ см².**

326. Трапеція рівнобічна, отже $AE = \frac{AD-BD}{2} = 4$ см. З ΔABD:

$BD^2 = 20^2 - AB^2$; з ΔABE і ΔBDE: $AB^2 - 4^2 = BD^2 - 16^2$;

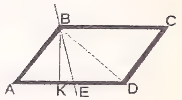
Тоді $AB^2 - 4^2 = 20^2 - AB^2 - 16^2$, $AB = 4\sqrt{5}$ см. BE = 6 см.

$S = \frac{12+20}{2}\cdot 6 = 72$ см². **Відповідь: 72 см².**

327. BC – бісектриса, значить $\frac{AB}{BK} = \frac{AD}{DK}$, $\frac{BC}{BK} = \frac{CD}{DK}$, звідси $\frac{BC}{CD} = \frac{AB}{AD}$,

$AB = \sqrt{4\cdot 10} = 2\sqrt{10}$ см. $AE = \frac{10-4}{2} = 3$ см, $BE = \sqrt{AB^2 - AE^2} = \sqrt{31}$ см.

306. $\frac{S_{ABE}}{S_{BCDE}} = \frac{1}{4}$ (за умовою), нехай BK = h. $S_{ABE} = \frac{1}{2}AE \cdot h$,



$S_{BDE} = \frac{1}{2}ED \cdot h$, $S_{BCD} = \frac{1}{2}(AE + ED)h$.

$S_{BCDE} = S_{BCD} + S_{BDE} = \frac{1}{2}h(AE + 2ED)$. $\frac{\frac{1}{2}AE \cdot h}{\frac{1}{2}h(AE+2ED)} = \frac{1}{4}$; $\frac{ED}{AE} = \frac{3}{2}$.

307. Треба побудувати трикутник з бічною стороною рівною стороні даного трикутника і висотою до цієї бічної сторони, яка дорівнює $\frac{1}{\sqrt{3}}$ висоти проведеної до даної сторони даного трикутника.

308. Ромб розбивається кожною діагоналлю на два рівних рівнобедрених трикутника, значить $S_{ромба} = 2\,S_{\Delta}$. $S_{ромба} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 7 = 64$ см². **Відповідь: 42 см².**

309. Позначимо меншу діагональ ромба – x, тоді більша – x + 8 (за умовою). $(\frac{x}{2})^2 + (\frac{x}{2} + 4)^2 = 20^2$; x = 24 см. $S = 2S_{\Delta} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot \frac{24+8}{2} = 384$ см².

Відповідь: 384 см².

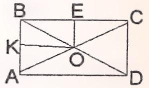
310. Введемо коефіцієнт пропорційності x. $(\frac{12x}{2})^2 + (\frac{35x}{2})^2 = 74^2$; x = 8 Знайдемо діагоналі ромба c = 12·8=96 см, d = 280 см. $S = 2S_{\Delta} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 96 \cdot \frac{280}{2} = 13440$ см².

Відповідь: 13440 см².

311. Даний перпендикуляр є висотою прямокутного трикутника на гіпотенузу. Тоді $a^2 - 16^2 = b^2 - 25^2$, $a^2 = b^2 - 369$, де a і b - половини діагоналей ромба. $b^2 + b^2 - 369 = 41^2$, $b = 5\sqrt{41}$ см, $a = 4\sqrt{41}$ см.

$S = 4S_{\Delta} = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5\sqrt{41} \cdot 4\sqrt{41} = 1640$ см². **Відповідь: 1640 см.**

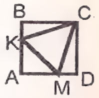
312. ∠ AOB = 30°, значить ∠ BOC = 150°, ∠ ACB = 15°.



AB = BCtg15°, $S_{ABCD} = AB^2 tg15°$, **$AB = 2\sqrt{10 + 5\sqrt{3}}$ см,**

$BC = 2\sqrt{5(2 - \sqrt{3})}$ см.

313. $\angle BCK = \angle MCD = \frac{90-60}{2} = 15°$. BC = CK cos15°=0,97 см.



$S = a^2 = 0{,}93$ см². **Відповідь: 0,93 см².**

314. Побудуємо висоту до більшої сторони, один з відрізків, на які висота ділить сторону, позначимо x, тоді інший – 8 – x. $7^2 - (8 - x)^2 = 3^2 - x^2$;

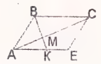
x = 1,5 см. Тоді висота буде $h = \sqrt{3^2 - (1{,}5)^2} = 1{,}5\sqrt{3}$ см. $S = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 1{,}5\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$ см².

Відповідь: $6\sqrt{3}$ м².

315. Третя сторона: $\frac{a}{6} = \frac{25}{10}$, a = 15 см (властивість бісектриси). Побудуємо висоту з тієї ж вершини, що і бісектрису. Аналогічно попередній задачі, $25^2 - (16 + x)^2 = 15^2 - x^2$; x = 4,5 см. Висота: $h = \sqrt{15^2 - 4{,}5^2} = \frac{3}{2}\sqrt{91}$ см.

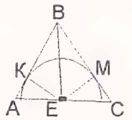
$S = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot \frac{3}{2}\sqrt{91} = 12\sqrt{91}$ см². **Відповідь: $12\sqrt{91}$ см².**

141. ∠ ABK = 120 : 2 = 60°, ∠ BAK = 60° (суміжні кути паралелограма), значить ΔABK – рівносторонній. Тобто AB = BK = AK = = 12 см, AE = BC = 20 см. Тоді $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC\cos 120°$ = = 576 + 400 + 480 = 784, AC = 28 см. BK – бісектриси, отже AB : AM = BC : MC. AM = AC – MC, (28 – MC) : MC = 20 : 12, MC = 10,5 см, AM = 17,5 см.

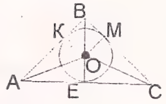


Відповідь: 10,5 см і 17,5 см.

142. ΔBEK і ΔBME – прямокутні і рівні (EK і EM – радіуси, BE – спільна), звідси ∠ KBE = ∠ MBE, значить BE – бісектриса ∠ ABC. Тоді AB : AE = BC : EC, AE = $\frac{6}{7}$ EC; $\frac{13}{7}$ EC = 13, EC = 7 см, AE = 6 см. **Відповідь: 6 см і 7 см.**



143. Центр вписаного у трикутник кола лежить на перетині бісектрис, тобто AO, BE і CO - бісектриси. AC = 2AE, BO = = 5 см, OE = 4 см, AB : AE =5 : 4, AB = $\frac{5}{4}$ AE. Звідси,



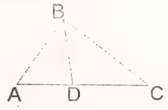
$\frac{25}{16}AE^2 - AE^2 = 9^2$, AE = 12 см, AC = 24 см. AB = 12 · 5 : 4 = 15 см.

Відповідь: 15 см, 15 см і 24 см.

144. (Мал. до задачі №143). AB : AC = 7 : 10 (за умовою), значить AB : AC = 7 : 5. Тоді BO : OE = 7 : 5, BO = $\frac{7}{5}$ OE, OE + $\frac{7}{5}$ OE = 24, OE = 10 см. **Відповідь: r = 10 см.**

145. (Мал. до задачі №143). BE = 4OE (за умовою), BO = BE – OE = 3OE, BO : OE = 3 : 1. Тоді AB : AE = 3 : 1, AB = 3AE, AC = 2AE. Звідси, 2AE + 3AE + 3AE = 72, AE = 9 см. **Відповідь: 27 см, 27 см і 18 см.**

146. AD : AB = DC : BC, AB = $\frac{3}{4}$ BC (властивість бісектриси).
$BC^2 = BD^2 + 8^2 - 16BD\cos 120°$, $AB^2 = BD^2 + 6^2 - 12BD\cos 60°$ (теорема косинусів); $9(BD^2 + 8^2 + 8BD) = 16(BD^2 + 6^2 -$ $6BD)$; BD = 24 см. **Відповідь: 24 см.**



147. $a = 6$ см, $\angle\alpha = 30°$ (за умовою). $R = \frac{6}{2 \cdot 0{,}5} = 6$ см. **Відповідь: 6 см.**

148. У рівностороннього трикутника кути дорівнюють по 60°,
$\frac{a}{\sin 60°} = \frac{b}{\sin 60°} = \frac{c}{\sin 60°} = 2R$; a = b = c = $\frac{4}{\sqrt{3}}$R см. **Відповідь: $\frac{4}{\sqrt{3}}$R см.**

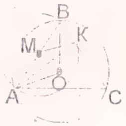
149. $\frac{a}{\sin\alpha} = 2R$; $\frac{a}{R} = 2\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{1}$; $\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\alpha_1 = 45°$, $\alpha_2 = 135°$.

1) $a^2 = 4^2 + (3\sqrt{2})^2 - 2 \cdot 4 \cdot 3\sqrt{2}\cos 45° = 10$, $a = \sqrt{10}$ см;

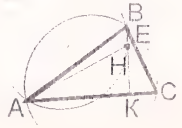
2) $a^2 = 4^2 + (3\sqrt{2})^2 - 2 \cdot 4 \cdot 3\sqrt{2}\cos 135° = 58$, $a = \sqrt{58}$ см.

Відповідь: $\sqrt{10}$ см або $\sqrt{58}$ см.

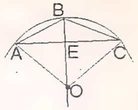
150. ∠ c = 180 – 54 – 66 = 60°, $\frac{AB}{\sin\angle c} = 2AO$, $AB = 2 \cdot 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$ см.
AK – висота, отже ΔABK – прямокутний, у прямокутному трикутнику центр описаного кола лежить на гіпотенузі і ділить її навпіл. Тоді r = AB : 2 = $3\sqrt{3}$ см. **Відповідь: $3\sqrt{3}$ см.**



151. ΔBEH – подібний ΔKBC (за гострим кутом), тоді ∠ AHB = = 180 – ∠ EHB = 180 – ∠ ACB. $R_{ABH} = \frac{AB}{2\sin\angle AHB}$;
$AB = 2R\sin\angle ACB$. $R_{ABC} = \frac{AB}{2\sin\angle ACB} = \frac{2R\sin\angle ACB}{2\sin\angle ACB} = R$.



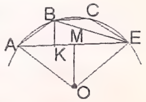
152. AC = 24 см, AB = BC = 13 см (за умовою), AE = 12 см. Тоді



$\sin\angle ABE = \frac{AE}{AB} = \frac{12}{13}$, $\angle ABE = 67°$; $\angle ABC = 134°$.

$\frac{a}{\sin\alpha} = 2R$; $\frac{AC}{\sin 134°} = 2R$; R=16,8 см. **Відповідь: 16,8 см.**

153. AK = (AE – BC) : 2 = 8 см (властивість рівнобічної трапеції),

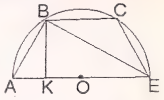


KE = AE – AK = 16 см. $\sin\angle ABK = \frac{AK}{AB} = \frac{2}{3}$; $\angle ABK = 42°$.

$BK = \sqrt{AB^2 - AK^2} = 4\sqrt{5}$ см, $tg\angle KBE = \frac{KE}{BK} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$;

$\angle KBE = 61°$. Отже, $\angle ABE = 103°$. Тоді $\angle AOE = 360 - 103 \cdot 2 = 154°$.
AM = AE : 2 = 12 см, AO = AM : sin $\angle AOM$ = 12 : sin 77° = 12,3 см.

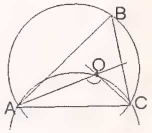
154. AB = BC = CE = AE : 2 (за умовою), значить трапеція



ABCE рівнобічна. AK = (AE – BC) : 2 = $\frac{1}{4}$ AE, тоді $\angle ABK$ = 30° (катет вдвічі менший за гіпотенузу). ΔBCE – рівнобедрений (за умовою), $\angle BCE = \angle ABC = 30 + 90 = 120°$. Тоді $\angle CBE$ = = (180 – 120) : 2 = 30°, $\angle KBE = 60°$. Отже, $\angle ABE = 30 + 60 = 90°$. Центр кола описаного навколо прямокутного трикутника лежить на його гіпотенузі. Звідси, AE = 2R = 8 см, AB = BC = CE = 4 см. BE = AE sin 60° = $4\sqrt{3}$ см.

Відповідь: діагоналі трапеції дорівнюють $4\sqrt{3}$ см.

155. $\angle AOC = 120°$, AO і OC - бісектриси (за умовою), звідси



$\angle ABC = 180 - 2\angle CAO - 2\angle ACO = 60°$. $R_{AOC} = \frac{AC}{2\sin\angle AOC}$,

$AC = 2R_{AOC}\sin\angle 120°$. $R_{ABC} = \frac{AC}{2\sin\angle ABC}$, $AC = 2R_{ABC}\sin\angle 60°$.

$2R_{AOC}\sin\angle 120° = 2R_{ABC}\sin\angle 60°$; $\frac{R_{ABC}}{R_{AOC}} = \frac{2\sin\angle 120°}{2\sin\angle 60°} = 1$.

156. За теремою синусів: $\frac{AC}{\sin\angle B} = \frac{AB}{\sin\angle C} = \frac{BC}{\sin\angle A}$;

1) AB = 8 · sin 56° : sin 48° = **9 см**, $\angle$ A = 180 – 48 – 56 = **76°**, BC = **10,4 см**;
2) $\angle$ C = 180 – 17 – 54 = **109°**, AC = 12 · sin 54° : sin 109° = **10,3 см**, BC = **3,7 см**;
3) $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB{\cdot}BC{\cdot}\cos 70° = 80$, AC = **8,9 см**,
sin $\angle$ C = 9 · sin 70° : 8,9 = 0,95, $\angle$ C = **72°**, $\angle$ A = 180 – 70 – 72 = **38°**;
4) $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB{\cdot}BC{\cdot}\cos 110° = 54{,}7$, AC = **7,4 см**,
sin $\angle$ C = 4 · sin 110° : 7,4 = 0,51, $\angle$ C = **30°**, $\angle$ A = 180 – 110 – 30 = **40°**;
5) $\cos\angle A = \frac{AB^2+AC^2-BC^2}{2\cdot AB\cdot AC} \approx 0{,}543$, $\angle$ A = **57°**, cos $\angle$ B = 0,2, $\angle$ B = **79°**,
$\angle$ C = 180 – 57 – 79 = **44°**;
6) cos$\angle$A ≈ 0,806, $\angle$ A = **36°**, cos $\angle$ B = –0,458, $\angle$ B = **117°**, $\angle$ C = **27°**;
7) sin $\angle$ C = 4 · sin 100° : 6 = 0,657, $\angle$ C = **41°**, $\angle$ B = **39°**, AC = **3,8 см**;
8) sin $\angle$ C = 8 · sin 40° : 9 = 0,571, $\angle$ C = **35°**, $\angle$ B = **105°**, AC = **13,5 см**;
9) sin $\angle$ C = 6 · sin 20° : 5 = 0,41, $\angle$ C = **24°**, $\angle$ B = **136°**, AC = **10,1 см**;
10) sin $\angle$ C = 6 · sin 40° : 3 = 1,29 синус кута C більше одиниці. Отже задача не має рішення.

157. 1) $AC = \sqrt{6^2 + 6^2 - 2\cdot 6\cdot 6\cdot\cos 40}$ = **4,1 см**; 2) AD = AB sin $\angle$ B = **3,9 см**;

$S = \frac{1}{2}4(\sqrt{3}+3)\cdot 16(\sqrt{3}+1) = \mathbf{64(3+2\sqrt{3})}$ **см²**.

297. $\angle ABC = 120°$, $AK = \sqrt{10^2 + 2^2 - 2\cdot 2\cdot 10\cos 120°} = 2\sqrt{31}$ см.

$KM = \sqrt{8^2 + 4^2 - 2\cdot 8\cdot 4\cdot\cos 60} = 6$ см, $AM = \sqrt{10^2 + 6^2 - 2\cdot 6\cdot 10\cos 120} = 14$ см.

Проведемо висоту KP, AP = x, MP = AM – x. $(2\sqrt{31})^2 - x^2 = 6^2 - (14-x)^2$;

$x = \frac{71}{7}$ см. Тоді $KP = \sqrt{(2\sqrt{31})^2 - (\frac{71}{7})^2} = \frac{3}{7}\sqrt{115}$ см, $S = \frac{1}{2}\cdot\frac{3\sqrt{115}}{7}\cdot 14 = 3\sqrt{115}$ **см²**.

298. Знайдемо площу прямокутника, описаного навколо даного трикутника і віднімемо площі зайвих трикутників. $S_\Delta = 7\cdot 3 - \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 2 - \frac{1}{2}\cdot 7\cdot 1 - \frac{1}{2}\cdot 3\cdot 5 = 8$.

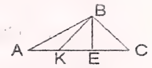
Відповідь: 8.

299. Позначимо сторону квадрата через x, $S_{ABC} = \frac{1}{2}\cdot 12\cdot 16 = 96$ см²,

$AC = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20$ см, $h_{AC} = 9{,}6$ см. $x^2 = 96 - \frac{1}{2}(9{,}6 - x)x - \frac{1}{2}(20 - x - AN)x - \frac{1}{2}xAN$,

$x = \frac{240}{37}$ см. Звідси, $S_{KDEF} = \frac{240}{37}^2 = 42\frac{102}{1369}$ см². **Відповідь: $42\frac{102}{1369}$ см².**

300. Введемо коефіцієнт пропорційності x, тоді AK = 2x, KC = 5x (за умовою).



$S_{ABC} = S_{ABK} + S_{BCK}$, висоти усіх трьох трикутників опущені з вершини B рівні, основи відносяться як 2 : 5, отже їхні площі трикутників ABK і BCK також відносяться як 2 : 5. $S_{BCK} + \frac{2}{5}S_{BCK} = 42$, $S_{BCK} = 30$ см² $S_{ABK} = 12$ см².

Відповідь: 12 см², 30 см².

301. Бісектриса кута C ділить ΔABC на ΔABE і ΔAEC. У цих трикутників висота CH, опущена на сторону AB, є спільною. $\frac{S_{BCE}}{S_{AEC}} = \frac{\frac{1}{2}BE\cdot CE}{\frac{1}{2}AE\cdot CE} = \frac{BE}{AE}$. За властивістю бісектриси трикутника: $\frac{AC}{BC} = \frac{BE}{AE} = \frac{7}{10}$. **Відповідь: 7: 10.**

302. $h_{AK} = 3KD\sin\angle AKC$, $h_{KB} = KD\sin\angle BKD$, $\angle AKC = \angle BKD$ (вертикальні кути). $\frac{S_{ACK}}{S_{KBD}} = \frac{\frac{1}{2}AK\cdot 3KD\sin\angle AKC}{\frac{1}{2}\cdot 2AK\cdot KD\sin\angle AKC} = \frac{3}{2}$. **Відповідь: 3 : 2.**

303. $h_{AB} = 12\sin\angle CAB$, $h_{AM} = 3\sin\angle CAB$. $S_{ABC} = \frac{1}{2}10\cdot 12\sin\angle CAB = 60\sin\angle CAB$;

$S_{AMK} = \frac{1}{2}6\cdot 3\sin\angle CAB = 9\sin\angle CAB$. $\frac{S_{AMK}}{S_{ABC}} = \frac{9\sin\angle CAB}{60\sin\angle CAB} = \frac{3}{20}$. **Відповідь: 3 : 20.**

304. Позначимо сторони паралелограма через x і y. Тоді, AE = 4y, BE = y, AK = 2x, KD = 5x. . $h_{AD} = 5y\sin\angle DAB$, $h_{AK} = 4y\sin\angle DAB$. $S_{ABD} = \frac{1}{2}7x\cdot 5y\sin\angle DAB$;

$S_{AEK} = \frac{1}{2}2x\cdot 4y\sin\angle DAB$. Тоді $\frac{S_{ABD}}{S_{AEK}} = \frac{\frac{1}{2}7x\cdot 5y\sin\angle DAB}{\frac{1}{2}2x\cdot 4y\sin\angle DAB} = \frac{35}{8}$,

$S_{ABD} = \frac{35}{8}S_{AEK} = \frac{35}{8}\cdot 4 = 17{,}5$ см². **Відповідь: 17,5 см².**

305. Висоти новоутворених трикутників, проведених з вершини, чер з яку проходить пряма, рівні. Значить площі утворених трикутників будуть відноситись так, як і їхні основи. 1) **поділити основу у відношенні 4:1**; 2) **поділити 3:4.**

ри трикутники з рівними основами та рівними висотами, їх площі – рівні.

287. $\Delta AOB = \Delta COD$, значить $\Delta BOC = \Delta AOD$ (за I ознакою), тоді $\Delta ABC = \Delta ACD$ (за трьома сторонами), значить їх кути також рівні. Отже $BC \parallel AD$.

288. Бокова сторона трикутника дорівнює 10 см (за умовою). Тоді

$a^2 - 2^2 = b^2 - 8^2$; $b^2 = a^2 + 60$. $a^2 + 60 = 10^2$, $a = 2\sqrt{10}$ см,

$h_a = \sqrt{(2\sqrt{10})^2 - 2^2} = 6$ см. $S = \frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{10}\cdot 6 = \mathbf{6\sqrt{10}}$ **см²**.

289. $b = \frac{25}{14}a$ (за умовою) $(\frac{25}{14}a)^2 - \frac{a}{2}^2 = 48^2$; $a = 28$ см. $S = \frac{1}{2}\cdot 28\cdot 48 = 672$ см².

Відповідь: 672 см².

290. Припустимо, a – бічна сторона, b – основа, h_b – висота до основи.

$h_b = a\sin\frac{180-120}{2} = \frac{a}{2}$; $b = 2a\cos 30° = a\sqrt{3}$, $S = \frac{1}{2}\cdot\frac{a}{2}\cdot a\sqrt{3} = 20\sqrt{3}$, $a^2 = 80$,

$a = 4\sqrt{5}$ см, $b = 4\sqrt{5}\cdot\sqrt{3} = 4\sqrt{15}$ см. **Відповідь: $4\sqrt{5}$ см, $4\sqrt{15}$ см.**

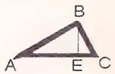
291. Гіпотенуза трикутника: $b = \frac{a}{\sin\alpha} = \frac{16}{0,6} = \frac{80}{3}$ см. Тоді, другий катет дорівнює

$c = \sqrt{(\frac{80}{3})^2 - 16^2} = \frac{64}{3}$ см. Отже, $S = \frac{1}{2}\cdot\frac{80}{3}\cdot\frac{64}{3} = 284\frac{4}{9}$ см². **Відповідь: $284\frac{4}{9}$ см².**

292. Позначимо перший катет – x, тоді другий катет – (47-x). Тоді,

$(47 - x)^2 + x^2 = 37^2$; x = 35 см. Звідси $S = \frac{1}{2}\cdot 35\cdot 12 = 210$ см². **Відповідь: 210 см².**

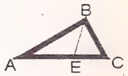
293. AE = 16 см, EC = 9 (за умовою), ΔABE і ΔBCE - подібні. $\frac{EC}{BC} = \frac{AE}{AB}$;



$BC = \frac{9}{16}AB$. Тоді $AB^2 + (\frac{9}{16}AB)^2 = 25^2$; $AB = \frac{400}{337}\sqrt{337}$ см.

$BC = \frac{9}{16}\cdot\frac{400\sqrt{337}}{337} = \frac{225}{337}\sqrt{337}$ см. $S = \frac{1}{2}\cdot\frac{400\sqrt{337}}{337}\cdot\frac{225\sqrt{337}}{337} = \mathbf{133\frac{179}{337}}$ **см²**.

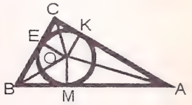
294. $\frac{AB}{AE} = \frac{BC}{EC}$; $\frac{AB}{BC} = \frac{20}{15}$ (властивість бісектриси), $AB = \frac{4}{3}BC$



Звідси, $BC^2 + (\frac{4}{3}BC)^2 = 35^2$, $BC = \frac{63}{5}$ см, $AB = \frac{84}{5}$ см.

$S = \frac{1}{2}\cdot\frac{63}{5}\cdot\frac{84}{5} = 105\frac{21}{25}$ см². **Відповідь: 105,84 см².**

295. Центр вписаного кола лежить у точці перетину бісектрис. ΔAOK = ΔAOM і ΔCOK = ΔCOE і ΔBEO = ΔBOM (за другою ознакою рівності трикутників). (ECKO – квадрат), CK = r = 7 см, тоді AK = 35 – BM, BE = BM.



Отже, $(42 - BM)^2 + (7 + BM)^2 = 35^2$, $BM = \frac{35-7\sqrt{47}}{2}$ см; $AC = \frac{7(7+\sqrt{47})}{2}$ см,

$BC = \frac{7(7-\sqrt{47})}{2}$ см. $S = \frac{1}{2}\cdot\frac{7(7+\sqrt{47})}{2}\cdot\frac{7(7-\sqrt{47})}{2} = 12,25$ см². **Відповідь: 12,25 см².**

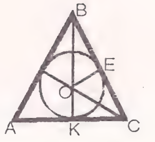
296. Центр вписаного кола лежить у точці перетину бісектрис, ∠ ACB = 30°. Тоді, ∠ OAB = (90 – 30) : 2 = 30°. У прямокутному трикутнику катет проти кута 30° вдвічі менший за гіпотенузу, значить $AO = 2KO = 8\sqrt{3}$ см. Тоді

$AK = \sqrt{(8\sqrt{3})^2 - (4\sqrt{3})^2} = 12$ см. $AB = 4\sqrt{3} + 12 = 4(\sqrt{3} + 3)$ см. Отже,

$AC = 8(\sqrt{3} + 3)$ см, $BC = \frac{AC}{\cos 30} = 16(\sqrt{3} + 1)$ см;

3) BM = 6 : 2 = **3 см**, $AM = \sqrt{6^2 + 3^2 - 2\cdot 6\cdot 3\cdot\cos 40} = \mathbf{4,2}$ **см**;

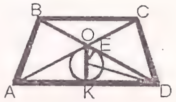
4) ΔABK – прямокутний, $BK = AB\cos\angle\frac{B}{2} = \mathbf{5,6}$ **см**;



5) $R = \frac{AC}{2\sin\angle B} = \mathbf{3,2}$ **см**; 6) ΔCKO =ΔCOE, тоді CE=KC=AC:2 = = 2,05 см, BE = 3,95 см;OE = BE · tg ∠ OBE = **1,44 см**.

158. 1) ∠ CBD = ∠ BDA, ∠ BCD = 180 – 36 – 48 = 96°,

$\frac{BC}{\sin\angle BDC} = \frac{BD}{\sin\angle BCD}$, BC = 4 · 0,59 : 0,99 = **2,4 см**,



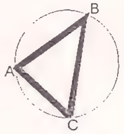
$CD^2 = BC^2 + BD^2 - 2BC\cdot BD\cdot\cos\angle CBD = 8,9$, CD = **3 см**,

∠ ADC = 36 + 48 = 84°, ∠ BCD = 96°, ∠ ACD = 96 – 48 = 48°,

$\frac{AD}{\sin\angle ACD} = \frac{AC}{\sin\angle ADC}$, AD = 4 · 0,74 : 0,99 = **3 см**;

2) $R = \frac{BD}{2\sin\angle BCD} = \mathbf{2}$ **см**; 3) ED = KD = AD : 2 = 1,5 см, $r = ED\ \mathrm{tg}\frac{\angle ADB}{2} = \mathbf{0,7}$ **см.**

159. Дуги відносяться як 1: 4 : 7, значить протилежні їм кути трикутника відносяться як 1: 4 : 7. Введемо коефіцієнт пропорційності x, тоді x + 4x + 7x = 180, x = 15. Звідси, ∠ B = 15°, ∠ C = 60° і ∠ A = 105°. За теоремою синусів:



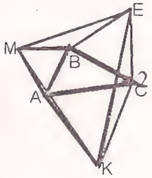
$AB = \frac{BC\ \sin\angle C}{\sin\angle A} = 5,4$ см; $AC = \frac{BC\ \sin\angle B}{\sin\angle A} = 1,6$ см.

Відповідь: невідомі сторони дорівнюють 5,4 см і 1,6 см.

160. Позначимо кут ACB через γ, γ = 180 – α – β. Тоді

$AC = \frac{a\ \sin\beta}{\sin\gamma}$; $BC = \frac{a\ \sin\alpha}{\sin\gamma}$. Побудовані трикутники – рівносторонні, отже їх кути дорівнюють 60°. Звідси, ∠ KAM = · 60 + α = α + 120°, ∠ KCE = γ + 120°, ∠ MBE = 240° – β.

За теоремою косинусів знайдемо сторони трикутника EKM:



$$MK = \sqrt{AM^2 + AK^2 - 2AM\cdot AK\cos\angle KAM} = a\sqrt{1 + (\frac{\sin\beta}{\sin\gamma})^2 - 2\frac{\sin\beta}{\sin\gamma}\cos(\alpha + 120)}.$$

$$KE = \sqrt{(\frac{a\ \sin\alpha}{\sin\gamma})^2 + (\frac{a\ \sin\beta}{\sin\gamma})^2 - 2\frac{a\ \sin\alpha}{\sin\gamma}\frac{a\ \sin\beta}{\sin\gamma}\cos(\gamma + 120)} =$$

$$= \frac{a}{\sin\gamma}\sqrt{\sin^2\alpha + \sin^2\beta - 2\sin\alpha\sin\beta\cos(\gamma + 120)}$$

$$ME = \sqrt{AM^2 + BE^2 - 2AM\cdot BE\cos\angle MBE} = a\sqrt{1 + (\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma})^2 - 2\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma}\cos(240 - \beta)};$$

$$P = a(\sqrt{1 + (\frac{\sin\beta}{\sin\gamma})^2 - 2\frac{\sin\beta}{\sin\gamma}\cos(\alpha + 120)} + \sqrt{1 + (\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma})^2 - 2\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma}\cos(240 - \beta)} +$$

$$+\frac{1}{\sin\gamma}\sqrt{\sin^2\alpha + \sin^2\beta - 2\sin\alpha\sin\beta\cos(\gamma + 120)}).\ \gamma = 180 - 40 - 105 = 35°$$

$$P = 4(\sqrt{1 + (\frac{\sin 105°}{\sin 35°})^2 - 2\frac{\sin 105°}{\sin 35°}\cos 160°} + \sqrt{1 + (\frac{\sin 40°}{\sin 35°})^2 - 2\frac{\sin 40°}{\sin 35°}\cos 135°} +$$

$$+\frac{1}{\sin 35°}\sqrt{\sin^2 40° + \sin^2 105° - 2\sin 40°\sin 105°\cos 155°}) = 29,4 \text{ см.}$$

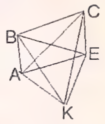
Відповідь: P = 29,4 см.

161. а) **Не є ламана**, точки сполучаються не послідовно;
б) **проста ламана**, немає самоперетинів і точки сполучаються послідовно;
в) **ламана**, є самоперетини, точки сполучаються послідовно;
г) **проста замкнена ламана** (многокутник), точки сполучаються послідовно;
д) **не ламана**, фігура являє собою дві замкнені прості ламані;
е) **замкнена ламана**, є самоперетини, точки сполучаються послідовно.

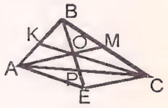
162. 1) $3 + 5 + 9 = 21 > 16$, **можуть**; 2) $2 + 3 + 1 + 3 = 9 = 9$, **не можуть**; 3) $5 + 8 + 2 + 3 = 18 < 19$ **не можуть**.

163. З однієї вершини опуклого многокутника можна провести $n - 3$ діагоналей. Отже, з вершини семикутника можна провести 4 діагоналі. Загальну кількість діагоналей можна вичислити за формулою $0{,}5n(n - 3) = 14$.
Відповідь: у семикутнику можна провести всього 14 діагоналей.

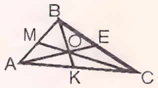
164. З чотирикутника ABCE: $AB + BC + CE > AC + AE + BE$ (AB, BC, CE, AE – сторони чотирикутника, AC і BE – діагоналі).
З трикутників ABK і CEK – $BK > AK$ і $KC > KE$. Отже,
$AB + BC + CE + EK + AK < AC + AE + BE + BK + KC$.



165. Продовжимо одну з медіан трикутника на $\frac{1}{3}$ її довжини і з'єднаємо отриману точку E з вершинами трикутника. AOCE – паралелограм (за побудовою), $AO + AE > OE$. $OE = BO = \frac{2}{3}BP$, $AE = \frac{2}{3}CK$ і $AO = \frac{2}{3}AM$ (властивість медіан трикутника. Отже, $\frac{2}{3}CK + \frac{2}{3}AM > \frac{2}{3}BP$, **$CK + AM > BP$**.



166. $MC < AC + AM$, $MC < BC + BM$; $BK < AB + AK$, $BK < CB + CK$; $AE < EC + EA$, $AE < EB + BA$, отже $2(MC + BK + CM) < 2(AB + BC + AC)$. $AM < AO + MO$, $MB < MO + BO$, $BE < BO + OE$, $EC < EO + CO$, $CK < CO + KO$, $AK < AO + OK$. Звідси, $AB + BC + AC < 2(CM + AE + BK)$.
Відповідь: $\frac{AB+BC+AC}{2}$ **$< CM + BK + KE < AB + BC + AC$.**



167. Сума кутів опуклого n-кутника дорівнює $180°(n - 2) = 180(5 - 2) = 540°$, $90° \cdot 5 = 450°$. **Відповідь: такий п'ятикутник побудувати не можливо.**

168. $180°(n - 2) = 180(9 - 2) = 1260°$, середня величина кута дорівнюватиме $1260 : 9 = 140° < 141°$. **Відповідь: ні, не може.**

169. Якщо, кількість сторін збільшиться на 3, то і кількість кутів збільшеться не 3. Отже $n = n + 3$, $180°(n + 3 - 2) = 180°(n + 1)$. Позначимо величину на яку збільшиться сума кутів через x. Тоді $x + 180°(n - 2) = 180°(n + 1)$, $x = 540°$. **Відповідь: сума кутів збільшиться на 540°.**

170. Введемо коефіцієнт пропорційності – x. Тоді $4x + 5x + 6x + 7x + 7x + 8x + 8x = 180°(7 - 2)$, $x = 20$. **Відповідь: 80°, 100°, 120°, 140°, 140°, 160°, 160°.**

171. Позначимо невідомі кути, як α, β і γ. Тоді $\alpha = \frac{7}{3}\beta$, $\gamma = (\frac{7}{3}\beta + \beta) : 2 = \frac{5}{3}\beta$.
Тоді $60 + \frac{7}{3}\beta + \beta + \frac{5}{3}\beta = 360°$, $\beta = 60°$; $\alpha = 140°$, $\gamma = 100°$.
Відповідь: 60°, 140°, 60°, 100°.

172. $180°(n - 2)$, при $n > 3$ на кожен кут до суми кутів додається 180°. Отже фігура, з найбільшою кількістю гострих кутів – трикутник. **Відповідь: три.**

173. Кожен кут опуклого многокутника менший за 180°. Сума кутів п'ятикутника дорівнює 540°, $540 - 180 = 360° > 180°$. **Відповідь: ні, не може.**

268. Припустимо, висота паралелограма дорівнює x см, тоді сторона – $x + 4$ см. $x\cdot(x+4) = 45$, $x = 5$ см. **Відповідь: $h_a = 5$ см, $a = 9$ см.**

269. $S_{\square} = ab$, $S_{\varpi} = ab\sin\alpha$; $\frac{S_{\square}}{S_{\varpi}} = \frac{ab}{ab\sin\alpha} = 2$, $\sin\alpha = \frac{1}{2}$, $\alpha = 30°$. **Відповідь: 30°.**

270. $S_{\square} = 7\cdot 9 = 63см^2 < 64см^2$. **Відповідь: ні, не може.**

271. Висоти перпендикулярні сторонам, отже кут між сторонами також буде 45°. $a = \frac{h_b}{\sin 45°} = 12\sqrt{2}$ см; $S = 14\cdot 12\sqrt{2} = 168\sqrt{2}$ см². **Відповідь: $168\sqrt{2}$ см².**

272. $h_a = \sqrt{25^2 - 7^2} = 24$ см, $S = 24 \cdot 7 = 168$ см². **Відповідь: 168 см².**

273. $S_1 = \frac{S}{2} = \frac{ah_a}{2}$, висота для паралелограма і його частин однакова, отже сторона частин: $\frac{a}{2}$. Аналогічно, для другої сторони. Значить дана пряма проходить через середини протилежних сторін паралелограма і центр симетрії.

274. $S = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}\cdot 10\cdot 3{,}5 = 17{,}5$ см². **Відповідь: 17,5 см².**

275. $h_a = \frac{2S}{a} = \frac{2\cdot 92}{4} = 46$ см. **Відповідь: 46 см.**

276. У прямокутному трикутнику катет є висотою проведеною до іншого катета. Отже, $S = \frac{1}{2}\cdot 5\cdot 11 = 27{,}5$ см². **Відповідь: 27,5 см².**

277. а) $S = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = 6$; б) $S = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2 = 6$; в) $S = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 = 10$; г) $S = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = 6$; д) $S = \frac{1}{2} \cdot 10\cdot 2 = 10$; е) $S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 6 = 6$; ж) $S = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 = 10$. **Відповідь: а, б, г і е; в, д і ж.**

278. 1) $h_a = b\sin 60° = 6\frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$ см. $S = \frac{1}{2}\cdot 5\cdot 3\sqrt{3} = 7{,}5\sqrt{3}$ **см²**;
2) $h_a = b\sin(180 - 135) = 3\sqrt{2}$ см, $S = \frac{1}{2}\cdot 5\cdot 3\sqrt{2} = 7{,}5\sqrt{2}$ **см²**.

279. Найбільша площа буде у поодинокому випадку – прямокутному трикутнику, $S = \frac{1}{2}\cdot 5\cdot 12 = 30$ см². 1) $24 < 30$, **може**; 2) $30 = 30$, **може**; 3) $42 > 30$, **не може.**

280. $S_2 = \frac{1}{2}S_1$, $S_1 = \frac{1}{2}\cdot 10\cdot 4 = 20$ см², $S_2 = \frac{1}{2}8h_2$ см². Звідси, $4h_2 = 20$; **$h_2 = 5$ см.**

281. Висота: $h_a = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$ см. $S = \frac{1}{2}\cdot 16\cdot 6 = 48$ **см²**.

282. Знайдемо площу трикутника та гіпотенузу: $a = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17$ см, $S = \frac{1}{2}\cdot 15\cdot 8 = 60$ см². Звідси $h_a = \frac{2S}{a} = \frac{2\cdot 60}{17} = 7\frac{1}{17}$ см. **Відповідь: $7\frac{1}{17}$ см.**

283. $S = \frac{1}{2}ah_a$. 1) $S = \frac{1}{4}ah_a$, **зменшиться у 2 рази**; 2) $S = 2ah_a$, **збільшиться у 4 рази**; 3) $S = \frac{1}{2}\cdot 4a\cdot\frac{1}{6}h_a = \frac{1}{3}ah_a$, **зменшиться у $\frac{2}{3}$ рази**; 4) $S = \frac{1}{2\cdot 27}ah_a$, **зменшиться у 27 рази.**

284. $\frac{1}{2}ACh_{AC} = \frac{1}{2}BCh_{BC}$, $\frac{BC}{AC} = \frac{h_{AC}}{h_{BC}} = \frac{5}{2}$. **Відповідь: висоти відносяться як $\frac{5}{2}$.**

285. $S = \frac{1}{2}ah_a$, $S = \frac{1}{2}bh_b$, $S = \frac{1}{2}ch_c$. Тоді $\frac{a}{b} = \frac{h_b}{h_a}$; $\frac{b}{c} = \frac{h_c}{h_b}$; $\frac{a}{c} = \frac{h_c}{h_a}$.

286. Медіана ділить сторону на два рівні відрізка, тобто у нас утворилося чоти-

зменшиться у 4 раз. $P = 4\frac{d\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}d$, $P_1 = 4 \cdot \frac{\sqrt{2}d}{4} = d\sqrt{2}$. $\frac{P_1}{P} = \frac{1}{2}$ **- периметр квадрата зменшиться у 2 рази.**

252. $S = ab$. 1) $S = 4ab$ **- збільшиться у 4 рази;** 2) $S = \frac{ab}{6}$ **- зменшиться у 6 разів;** 3) $S = \frac{ab}{3 \cdot 3} = \frac{ab}{9}$ **- зменшиться у 9 разів;** 4) $S = 3a \cdot 5b = 15ab$ **- збільшиться у 15 разів;** 5) $S = \frac{a}{9} \cdot \frac{b}{2} = \frac{ab}{18}$ **- зменшиться у 18 разів;** 6) $S = am \cdot bn = abmn$ **- збільшиться у ab разів;** 7) $S = ta \cdot \frac{b}{l} = \frac{t}{l}ab$ **- зміниться на величину** $\frac{t}{l}$.

253. $\frac{S_1}{S} = \frac{{a_1}^2}{a^2} = 5$, $a_1 = \sqrt{5}a$. Звідси, $P = 4a$, $S_1 = 4\sqrt{5}a^2$. **Відповідь:** $\frac{P_1}{P} = \sqrt{5}$.

254. $S = S_1 - S_2$, $c^2 = a^2 - b^2$, де a, b і c – сторони квадратів. З отриманого рівняння: a – гіпотенуза, b і c – катети прямокутного трикутника. Отже, треба побудувати трикутник, де гіпотенуза і один з катетів – сторони даних квадратів, інший катет буде стороною шуканого квадрата.

255. $\frac{S_1}{S} = \frac{{a_1}^2}{a^2} = 5$, $a_1 = a\sqrt{5}$. Отже квадрат зі стороною $a\sqrt{5}$, де a – сторона даного квадрата, буде шуканим.

256. Сторона шуканого квадрата буде дорівнювати $\sqrt{ab}$.

257. Площа квадрата: $S = a^2$, площі прямокутників рівні $S_{\square} = \frac{a^2}{3}$, отже сторони одного з прямокутників: a і $\frac{a}{3}$, тоді двох інших: $\frac{a}{2}$ і $\frac{2a}{3}$.

258. $R = \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$ см, $a_{\Delta} = R\sqrt{3} = \frac{\sqrt{10}}{2}\sqrt{3} = \frac{\sqrt{30}}{2}$ см. **Відповідь:** $\frac{\sqrt{30}}{2}$ **см².**

259. $S_{\square} = ah_a = 14 \cdot 8 = 112$ см². **Відповідь: 112 см².**

260. а) S = 6 · 3 = 18; б) S = 4 · 5 = 20; в) S = 5 · 5= 25; г) S = 2 · 9= 18; д) S = 5 · 5= 25; е) S = 3 · 6 = 18; ж) S = 5 · 4= 20. **Відповідь: а, г і е, б і ж; в і д – рівні по площі.**

261. Висота, опущена не більшу сторону дорівнює $h = 8\sin 45 = 4\sqrt{2}$ см. Звідси, $S = 4\sqrt{2} \cdot 14 = 56\sqrt{2}$ см². **Відповідь: 56** $\sqrt{2}$ **см².**

262. Аналогічно попередній задачі, $h = 7\sqrt{2}\sin(180 - 135) = 7$ см. $S = 7\sqrt{2} \cdot 7 = 49\sqrt{2}$ см². **Відповідь:** $49\sqrt{2}$ **см².**

263. Найбільша площа буде при найбільшій висоті, найбільша висота при $\sin\alpha = 1$, $\alpha = 90°$. Отже, найбільша площа буде у прямокутника.

264. Введемо коефіцієнт пропорційності x, тоді x + 2x = 180, x = 60°. Тоді $h = 6\sin 60° = 3$ см. $S = 6 \cdot 3 = 18$ см². **Відповідь: 18 см².**

265. Відстань між сторонами паралелограма дорівнює висоті. $h_a = \frac{S}{a} = \frac{56}{8} = 7$ см. **Відповідь: 7 см.**

266. $h_a = \frac{S}{a} = \frac{40}{5} = 8$ см, $b = \frac{S}{h_b} = \frac{40}{4} = 10$ см. **Відповідь: 8 см і 10 см.**

267. 1) $S = 8 \cdot 6 = 48$ см²; $h_a = \frac{S}{a} = \frac{48}{10} = 4{,}8$ см; 2) $S = 10 \cdot 6 = 60$ см²; $h_a = \frac{S}{a} = \frac{60}{8} = 7{,}5$ см **Відповідь: 4,8см або 7,5 см.**

174. 180°(n – 2) = 1620, n = 11. Даний многокутник має 11 кутів, значить і 11 сторін. Відповідно, 11-ти кутник має 0,5 · 11 · (11 – 3) = 44. **Відповідь: заданий многокутник має 11 сторін і 44 діагоналі.**

175. 0,5n(n – 3) = 77, n^2 – 3n – 154 =0, n = 14, відповідно, кількість сторін дорівнює 14. S = 180(14 – 3) = 1980°. **Відповідь: кількість сторін – 14, S = 1980°.**

176. 180°(n – 2) – сума внутрішніх кутів, 360° – сума зовнішніх кутів многокутника. Тоді 180(n – 2) = 2 · 360°, n = 6. **Відповідь: многокутник має 6 сторін.**

177. Аналогічно попередній задачі, 180°(n – 2) = 360 + 540, n = 7. **Відповідь: 7.**

178. Ні.

179. Правильний – многокутник, сторони і кути, якого рівні. Отже, кожен правильний многокутник можна поділити на дві однакові половинки. **Відповідь: так.**

180. $\angle = \frac{180(n-2)}{n}$. 1) $\angle_{вн} = \frac{180(5-2)}{5} = 108°$; $\angle_{зов} = 180 - 108 = 72°$; 2) $\angle_{вн} = \frac{180(9-2)}{9} = 140°$; $\angle_{зов} = 40°$; 3) $\angle_{вн} = \frac{180(12-2)}{12} = 150°$; $\angle_{зов} = 30°$.

181. 1) $\frac{180(n-2)}{n} = 168°$, n = 30; 2) внутрішній кут дорівнює 180 – 18 = 162°, $\frac{180(n-2)}{n} = 162°$, n = 20. **Відповідь: 1) 30 сторін, 2) 20 сторін.**

182. Позначимо внутрішній кут через x, тоді зовнішній дорівнює $\frac{2}{3}x$. Звідси, $\frac{2}{3}x + x = 180°$, x = 108°. $\frac{180(n-2)}{n} = 108°$; n = 5. **Відповідь: 5 сторін.**

183. Позначимо внутрішній кут через x, тоді зовнішній дорівнює 180 – x. Тоді, 180n – 180(n – 2) = 532 – x, x = 172°. $\frac{180(n-2)}{n} = 172°$; n = 90. **Відповідь: 90.**

184. Внутрішній кут правильного шестикутника дорівнює 120°, ∠ KFE = ∠ KEF = 60° (як зовнішні кути). Тоді ∠ EKF = 180 – 60 – 60 = 60°. **Відповідь: ∠ AKD = 60°.**

185. $\frac{180(n-2)}{n} = 160°$; n = 18. **Відповідь: 18 сторін.**

186. Центральний кут правильного многокутника дорівнює зовнішньому куту. 1) $180 - \frac{180(3-2)}{3} = 120°$; 2) $180 - \frac{180(9-2)}{9} = 40°$; 3) $180 - \frac{180(15-2)}{15} = 24°$.

187. Внутрішній кут дорівнює 180 – 15 = 165°, $\frac{180(n-2)}{n} = 165°$; **n = 24.**

188. Чим більше кутів має многокутник, тим більше його внутрішній кут, відповідно центральний кут – менше. Отже центральний кут найбільший у многокутника із найменшою кількістю кутів – це трикутник. У трикутника центральний кут дорівнює 120°. **Відповідь: 120°.**

189. Проведемо промені з центра кола через середини сторін даного п'ятикутника, точки перетину цих променів з колом послідовно з'єднаємо з вершинами п'ятикутника, отримаємо правильний десятикутник.

190. Центральний кут восьмикутника дорівнює 45°. Отже побудуємо прямі, які проходять через вершини даної сторони під кутом 45°. На цих прямих відкладемо відрізки, які дорівнюють даній стороні і двічі повторимо процедуру, з'єднаємо отримані точки і отримаємо правильний восьмикутник.

191. Через центр кола проведемо три прямі, під 60° одна до одної. Через точки перетину цих прямих з колом проведемо перпендикулярні (до побудованих)

прямі. Точки перетину цих прямих будуть вершинами шуканого шестикутника.

192. Коло можна описати тільки навколо чотирикутника, сума протилежних кутів якого дорівнює 180°. $\angle BAO = \angle BCO = \frac{1}{2}\angle ABC$, $\angle MCO = \angle BCO + \angle MCB$, $\angle MCB = 180 - \angle ABC$ (зовнішній). Тоді $\angle MCO + \angle MAO = \angle BAO + \angle BCO + \angle MCB = \angle ABC + 180 - \angle ABC = 180°$.

193. Прямокутник – многокутник вписаний у коло, кути якого рівні, а сторони мають різну довжину. **Відповідь: так.**

194. Сторони отриманого трикутника – середні лінії рівних трикутників, утворених трьома послідовними вершинами даного многокутника. Якщо трикутники рівні, то середні лінії і кути у них також рівні, значить отриманий многокутник – правильний. Кількість середніх ліній співпадає з кількістю трикутників, отже кількість сторін даного і отриманого многокутників рівна.

195. Проведемо прямі через вершини і середини протилежних до вершин сторін даного п'ятикутника, побудовані прямі і вісі симетрії перетнуться в одній точці – центрі описаного (вписаного) кола. Отже п'ятикутник - правильний.

196. $R = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4}{3}\sqrt{3}$ см, $r = \frac{a}{2\sqrt{3}} = \frac{4}{2\sqrt{3}} = \frac{2}{3}\sqrt{3}$ см. **Відповідь:** $\frac{4}{3}\sqrt{3}$ **см і** $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ **см.**

197. $\frac{a}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}$, $a = 10$ **см**, $r = \frac{a}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2} = 2{,}5\sqrt{2}$ см. **Відповідь: 10 см і** $2{,}5\sqrt{2}$ **см.**

198. $\frac{a\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$, $a = 8$ см, $R = a = 8$ см. **Відповідь: R = a = 8 см.**

199. $\frac{a}{2\sin\frac{180°}{n}} = 8$; $\frac{a}{2\text{tg}\frac{180°}{n}} = 4\sqrt{3}$; з другого рівняння $a = 8\sqrt{3}\text{tg}\frac{180}{n}$, підставимо у перше рівняння $\frac{8\sqrt{3}\text{tg}\frac{180}{n}}{2\sin\frac{180}{n}} = 8$, $\cos\frac{180}{n} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\frac{180°}{n} = 30°$, n=6. Тоді $a = 8\sqrt{3}\text{tg}30 = 8$ см.

Відповідь: n = 6, a = 8 см.

200. $\frac{\frac{a}{2\text{tg}\frac{180}{n}}}{\frac{a}{2\sin\frac{180}{n}}} = \frac{1}{\cos\frac{180}{n}} = 0{,}6$, тоді $\cos\frac{180}{n} = \frac{5}{3}$, а це неможливо. **Відповідь: ні.**

201. Для трикутника, $R = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \sqrt{2}$ см; для квадрата $R = \frac{a}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$, a = 2 см.

Відповідь: радіус описаного кола = $\sqrt{2}$ **см, сторона квадрата = 2 см.**

202. R – r = 8 см (за умовою), тоді $\frac{a}{\sqrt{3}} - \frac{a}{2\sqrt{3}} = 8$, $a = 16\sqrt{3}$ см. $R = \frac{16\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 16$ см, $r = \frac{16\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = 8$ см. **Відповідь: 16 см і 8 см.**

203. Припустимо, сторона вписаного шестикутника дорівнює a, а сторона описаного – b. Дане коло є для одного шестикутника вписаним, для іншого – описаним, звідси $a = \frac{b\sqrt{3}}{2}$; $\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **Відповідь:** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

204. Знайдемо сторону трикутника $a = R\sqrt{3}$, тоді радіус вписаного кола: $r = \frac{R\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{R}{2}$. Звідси, сторона квадрата $a = \frac{R\sqrt{2}}{2}$. **Відповідь:** $a = \frac{R\sqrt{2}}{2}$.

205. Радіус кола описаного навколо квадрата дорівнює $3\sqrt{2}$ см, сторона шести-

Порівняємо отримані результати і отримаємо $6 < 2\pi < 6{,}24$, $3 < \pi < 3{,}5$.

233. $10° = \frac{\pi}{180}10 = \frac{\pi}{18}$; $20° = \frac{\pi}{180}20 = \frac{\pi}{9}$; $54° = \frac{\pi}{180}54 = \frac{3\pi}{10}$; $60° = \frac{\pi}{180}60 = \frac{\pi}{3}$; $125° = \frac{\pi}{180}125 = \frac{25\pi}{36}$; $330° = \frac{\pi}{180}330 = \frac{3\pi}{2}$.

234. $\frac{180\frac{\pi}{15}}{\pi} = 12°$; $\frac{180\frac{\pi}{10}}{\pi} = 18°$; $\frac{180\frac{\pi}{4}}{\pi} = 45°$; $\frac{180\frac{2\pi}{3}}{\pi} = 120°$; $\frac{180\frac{5\pi}{3}}{\pi} = 300°$; $\frac{180\frac{7\pi}{4}}{\pi} = 315°$; $\frac{180\cdot\frac{9}{5}\pi}{\pi} = 324°$.

235. Для радіанної міри кута: $l = Rn = 1\cdot6 = 6$ см. **Відповідь: 6 см.**

236. Сума кутів чотирикутника дорівнює 180(n – 2)°, 1 рад ≈ 57°, значить усі кути чотирикутника не можуть дорівнювати цілому числу радіан.

237. $S = a^2$. 1) $S = 14^2 =$ **196 см²**; 2) $S = 2{,}5^2 =$ **6,25 см²**; 3) $S =$ **a² см²**.

238. $S = a^2$. 1) $a = 6\frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$ см, **S = 18 см²**; 2) $a = 6\sqrt{2}\frac{\sqrt{2}}{2} = 6$ см, **S = 36 см²**; 3) $a = \sqrt{a}\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2a}}{2}$ см, $S = \frac{a^2}{2}$ **см²**.

239. $S = a\cdot b$. 1) $S = 15\cdot5 =$ **75 см²**; 2) $S = 0{,}3\cdot4{,}2 =$ **1,26 см²**.

240. 1) $a = \sqrt{225} =$ **15 дм**; 2) $a = \sqrt{6{,}76} =$ **2,6 см**; 3) $a = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$ **м**; 4) $a = \sqrt{a}$ **см.**

241. a = 14см, S = 210 см², тоді b = 210 : 14 = 15 см. **Відповідь: 15 см.**

242. Діагональ прямокутника розбиває його на два прямокутні трикутника, значить $a = 10\text{tg}60° = 10\sqrt{3}$ см. Тоді $S = 100\sqrt{3}$ см². **Відповідь:** $100\sqrt{3}$ **см².**

243 Введемо коефіцієнт пропорційності x, тоді 3x · 8x = 96, x = 4.
Відповідь: 12 см і 32 см.

244. Припустимо, сторони прямокутника дорівнюють a і b, тоді a = b – 3. Звідси, b(b – 3) = 88, b = 11 см. **Відповідь: 8 см і 11 см.**

245. Площа квадрата: S = 12² = 144 см². З площі прямокутника: $a = 144 : 13 = \frac{144}{13}$ см.

Відповідь: $11\frac{1}{13}$ **см.**

246. $a = \sqrt{S}$, $R = \frac{a}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{S}{2}}$. **Відповідь:** $\sqrt{\frac{S}{2}}$.

247. $d = a\frac{\sqrt{2}}{2}$, $S = a^2$. Тоді $a\frac{\sqrt{2}}{2} = a^2$; $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$. **Відповідь:** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

248. Згідно малюнка $S_{ABCD} = a^2$. Знайдемо його площу через площі фігур: $S_{MBKP} = S_{FDEP} = b(a-b)$, $S_{KCFP} = b^2$, $S_{AMPE} = (a-b)^2$. Звідси, $a^2 = 2b(a-b) + b^2 + (a-b)^2$; $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$. Отже, $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$.

249. Площа прямокутника дорівнює добутку його сторін, отже сторони цих прямокутників можуть бути нерівними. **Відповідь: так.**

250. $S = a^2$. 1) $S = (5a)^2 = 25a^2$, **збільшиться у 25 раз**; 2) $S = (\frac{a}{3})^2 = \frac{a^2}{9}$, **зменшиться у 9 разів**; 3) $S = (\frac{b}{a})^2 = \frac{b^2}{a^2}$, **зменшиться у a² разів.**

251. $a = \frac{d\sqrt{2}}{2}$. $d_1 = \frac{d}{2}$, $a_1 = \frac{\sqrt{2}d}{4}$. $S = a^2 = \frac{d^2}{2}$; $S_1 = a_1^2 = \frac{d^2}{8}$. $\frac{S_1}{S} = \frac{1}{4}$ **- площа**

214. Стор. 134 збірника завдань.

215. $l=2\pi R$. 1) $l=$ **18,84 см**; 2) $l=$ **50,24 см**; 3) $l=2\pi\sqrt{\pi}$ **см**; 4) $l=$ **10 см**.

216. $R = d - 3 = 3$см, $l = 6\pi$ см. **Відповідь: 6 π см.**

217. 1) $R=\frac{4}{2\pi}=0{,}64$ **см**; 2) $R=\frac{6}{2\pi}=1{,}91$ **см**; 3) $R=\frac{\pi^2}{2\pi}=1{,}57$ **см**; 4) $R=\frac{\frac{2}{\pi}}{2\pi}=\frac{1}{\pi^2}$ **см**.

218. Припустимо, довжини даних кіл дорівнюють l_1, l_2 і l_3, тоді $l=l_1+l_2-l_3=$ $=2\pi(R_1+R_2-R_3)$, $R=\frac{2\pi(R_1+R_2-R_3)}{2\pi}=R_1+R_2-R_3$, де R – радіус шуканого кола. Отже, треба побудувати коло радіусом, який дорівнює різниці суми радіусів перших двох даних кіл і радіуса третього кола.

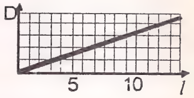
219. 1) $l=\frac{2}{3}\pi r$ довжина зменшилась у 3 рази; 2) $l=2\pi r-2\pi$, зменшилась на 2π.

220. Нехай дані відрізки дорівнюють $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$, тоді $l=\pi(a_1+a_2+a_3+\ldots+a_n)=10\pi$.

221. Довжина одного оберта блока дорівнює довжині кола з радіусом рівним радіусу блока. $l=2\pi R=31{,}4$ см. Отже, за 8 обертів вантаж підніметься: $n=8\cdot 31{,}4=251{,}2$ см. **Відповідь: вантаж підніметься на 251,2 см.**

222. Знайдемо відстань, яку колесо проїжджає за один оберт: $l=0{,}9\cdot\pi=2{,}83$ м. Тоді $v=\frac{2{,}83\cdot 250}{1000}\cdot 60=42{,}45$ км/год. **Відповідь: 42,45 км/год.**

223. $D=\frac{l}{\pi}$, діаметр і довжина кола мають лінійну залежність, значить графіком буде промінь, який виходить з початку координат.



224. $l=\frac{\pi R}{180}n$. 1) $l=\frac{8\pi}{180}\cdot 2=\frac{4\pi}{45}$ **см**; 2) $l=\frac{8\pi}{180}\cdot 20=\frac{8}{9}\pi$ **см**; 3) $l=\frac{8\pi}{180}\cdot 125=\frac{50}{9}\pi$ **см**; 4) $l=\frac{8\pi}{180}\cdot 240=\frac{32}{3}\pi$ **см**; 5) $l=\frac{8\pi}{180}\cdot 315=14\pi$ **см**.

225. $R=\frac{180\cdot l}{\pi n}=\frac{180\cdot 20}{15\pi}=\frac{240}{\pi}$ см. **Відповідь:** $\frac{240}{\pi}$ **см.**

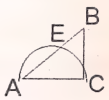
226. $n=\frac{180\cdot l}{\pi R}=\frac{180\cdot\pi}{40\pi}=4{,}5°$. **Відповідь: 4,5°.**

227. $n=\frac{180\cdot l}{\pi R}=\frac{180\cdot 3\pi}{4\pi}=135°$. **Відповідь: шукана дуга містить 135°.**

228. $l=2\pi R_1$, $l=\frac{\pi R}{180}n$, тоді $R=\frac{360\pi R_1}{\pi n}=\frac{360\cdot 12}{135}=32$ см. **Відповідь: 32 см.**

229. Знайдемо довжину дуг AB = BC = CD = AD. AB = D = a, звідси $AB=\frac{\pi\frac{D}{2}}{180}n=\frac{\pi a}{360}180=\frac{\pi a}{2}$. Тоді $P_{ABC}=4\frac{\pi a}{2}=2\pi a$. **Відповідь: 2πa.**

230. $\angle A = 40°$, звідси $R=AC:2=5$см. Тоді $l=\frac{\pi r}{180}n=\frac{5\pi}{180}40=\frac{10}{9}\pi$см.



Відповідь: $\frac{10}{9}\pi$ **см.**

231. $h_{AC}=R=6\sin 30°=3$ см. Тоді $l=\frac{\pi 3}{180}\cdot 45=\frac{3}{4}\pi$ см. **Відповідь:** $\frac{3}{4}\pi$ **см.**

232. Знайдемо сторони дванадцяти- та шестикутника $a_6=R=1$см і $a_{12}=2R\sin 15°=0{,}52$см. Тоді периметри цих фігур будуть $P_6=6\cdot 1=6$ см, $P_{12}=0{,}52\cdot 12=6{,}24$ см. Довжина кола: $l=2\pi R=2\pi$.

кутника: $a=\frac{2r}{\sqrt3}=\frac{6\sqrt2}{\sqrt3}=2\sqrt6$ см. Радіус кола описаного навколо шестикутника дорівнює його стороні. **Відповідь:** $2\sqrt6$ **см.**

206. Сторона даного трикутника $a=\sqrt3\cdot\sqrt3=3$ см, висота рівностороннього трикутника дорівнює $\frac{a\sqrt3}{2}=\frac{3\sqrt3}{2}$ см. Отже радіус кола вписаного у побудований трикутник: $r=\frac{a}{2\sqrt3}=\frac{3\sqrt3}{4\sqrt3}=\frac{3}{4}$ см. **Відповідь: 0,75 см.**

207. Впишемо у дванадцятикутник коло, для шестикутника це коло буде описаним. Знайдемо радіус цього кола $r=\frac{2}{2\operatorname{tg}\frac{180}{12}}=\frac{1}{\operatorname{tg}15°}=2+\sqrt3$ см. Сторона шестикутника дорівнює радіусу описаного кола. **Відповідь:** $2+\sqrt3$ **см.**

208. Опишемо навколо восьмикутника коло, AC – сторона вписаного в це коло квадрата, AE – діаметр. Знайдемо радіус цього кола $R=\frac{6}{2\sin\frac{180}{8}}=3\sqrt{4+2\sqrt2}$ см.

$AC=R\sqrt2=3\sqrt{4+2\sqrt2}\cdot\sqrt2=6\sqrt{2+\sqrt2}$ см, AE – діаметр $AE=2R=$ $=6\sqrt{4+2\sqrt2}$ см. ΔABE – прямокутний (вписаний, гіпотенуза – діаметр).

$AD=AE\sin\angle AED=6\sqrt{4+2\sqrt2}\sin\frac{135}{2}=6(\sqrt2+1)$ см.

Відповідь: $AC=6\sqrt{2+\sqrt2}$ **см,** $AD=6(\sqrt2+1)$ **см,** $AE=6\sqrt{4+2\sqrt2}$ **см.**

209. Довжина хорди дорівнює 6 см, отже сторони вписаних трикутника і квадрата також дорівнюють 6 см. Радіус описаного навколо квадрата кола $R_\square=\frac{6}{\sqrt2}=3\sqrt2$ см, навколо трикутника – $R_\Delta=\frac{6}{\sqrt3}=2\sqrt3$ см. В[illegible]ж центрами кіл: $3\sqrt2\sin 45°+2\sqrt3\sin 30°=3+\sqrt3$ см. **Відпові**[illegible]

210. Радіус вписаного у трикутник кола $r=\frac{a}{2\sqrt3}$. Мал. 1[illegible]збірника)

$\frac{O_1K_1}{OK}=\frac{O_1B}{OB}=\frac{1}{3}$ (подібність трикутників), $O_1K_1=\frac{a\sqrt3}{18}$ см. **Відповідь:** $\frac{a\sqrt3}{18}$ **см.**

211. Впишемо коло у квадрат, воно буде вписаним і до восьмикутника, тоді $r=\frac{2\sqrt2}{2\operatorname{tg}\frac{180}{8}}=2+\sqrt2$ см. Сторона квадрата: $a=4+2\sqrt2$ см. **Відповідь:** $4+2\sqrt2$ **см.**

212. Стор. 130 збірника завдань, мал. 124.

213. Радіус кола, описаного навколо трикутника: $R=\frac{6}{\sqrt3}=2\sqrt3$ см. Тоді сторона шестикутника також буде $2\sqrt3$ см. Отже, $P=12\sqrt3$ см. **Відповідь:** $12\sqrt3$ **см.**

214. Стор. 130 збірника завдань.

215. $l=2\pi R$. 1) $l=$ **6,28 см**; 2) $l=$ **25,12 см**; 3) $l=2\pi^2$ **см**; 4) $l=$ **12 см**

216. $d = 2R = 16$ см, $l = 3{,}14\cdot 16 = 50{,}24$ см. **Відповідь: 50,24 см**

217. 1) $R=\frac{2}{2\pi}=0{,}32$ **см**; 2) $R=\frac{5}{2\pi}=0{,}8$ **см**; 3) $R=\frac{\pi}{2\pi}=0{,}5$ **см**; 4) $R=\frac{4\pi^2}{2\pi}=2\pi$ **см**.

218. Припустимо, радіус даних кіл дорівнює r, тоді $3\cdot 2\pi r=2\pi R$, де R – радіус шуканого кола. Звідси, $R = 3r$.

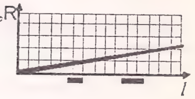
219. 1) $l=4\pi r$ довжина збільшилась вдвічі; 2) $l = 2\pi r + 4\pi$, збільшилась на 4π .

220. $l = \pi D$, тоді $AB = \frac{l}{\pi}$, $AM = \frac{l_1}{\pi}$, $BM = \frac{l_2}{\pi}$. звідси $\frac{l}{\pi} = \frac{l_1}{\pi} + \frac{l_2}{\pi}$; $l = l_1 + l_2$.

221. Вантаж піднімається за один повний оберт на відстань, яка дорівнює довжині кола блока. $l = \pi D = 18{,}84$ см. Отже, за шість обертів вантаж підніметься на шість довжин кола, $s = 6 \cdot l = 113{,}04$ см. **Відповідь: 1 м 13 см.**

222. Знайдемо відстань, яку електровоз проходить за одну хвилину: $s = 100 \cdot \pi D = 628$ м. Тоді $v = \frac{628 \cdot 60}{1000} = 37{,}68$ км/год. **Відповідь: 37,68 км/год.**

223. $l=2\pi R$, радіус і довжина кола мають лінійну залежність, значить графіком буде промінь, який виходить з початку координат.

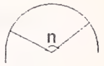


224. $l = \frac{\pi R}{180} n$. 1) $l = \frac{6\pi}{180} = \mathbf{0{,}1}$ **см**; 2) $l = \frac{6\pi}{180} \cdot 15 = \mathbf{1{,}5}$ **см**;

3) $l = \frac{6\pi}{180} \cdot 120 = \mathbf{12}$ **см**; 4) $l = \frac{6\pi}{180} \cdot 270 = \mathbf{27}$ **см**; 5) $l = \frac{6\pi}{180} \cdot 330 = \mathbf{33}$ **см**.

225. $R = \frac{180 \cdot l}{\pi n} = \frac{180 \cdot 15}{18\pi} = 47{,}8$ см. **Відповідь: 47,8 см.**

226. $n = \frac{180 \cdot l}{\pi R} = \frac{180 \cdot 2\pi}{30\pi} = 12°$. **Відповідь: 12°.**



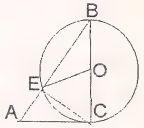
227. $n = \frac{180 \cdot l}{\pi R} = \frac{180 \cdot 4\pi}{6\pi} = 120°$. **Відповідь: шукана дуга містить 120°.**

228. $l = 2\pi R_1$, $l = \frac{\pi R}{180} n$, тоді $R = \frac{180 \cdot 2\pi R_1}{\pi n} = \frac{180 \cdot 2 \cdot 10}{150} = 24$ см. **Відповідь: 24 см.**

229. Знайдемо довжину дуги КМ. BM = R = $\frac{a}{2}$, звідси $KM = \frac{\pi R}{180} n = \frac{\pi \frac{a}{2}}{180} 90 = \frac{\pi a}{4}$.

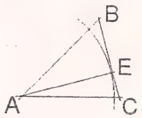
Тоді $P_{KPEM} = \pi a$. **Відповідь: периметр КРЕМ дорівнює πa .**

230. $\angle EOC$ – центральний, значить $\angle EOC = 2 \angle EBC = 72°$. Тоді градусна міра дуги, яка знаходиться за межами трикутника буде 180 – 72 = 108°. $l = \frac{3\pi}{180} 108 = \frac{9\pi}{5}$ см.

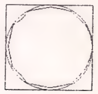


Відповідь: $\frac{9\pi}{5}$ **см.**

231. $AE \perp BC$ (радіус і дотична), тоді $AE = AB\sin \angle B = 4\sqrt{3}$ см. $l = \frac{\pi 4\sqrt{3}}{180} \cdot 45 = \pi\sqrt{3}$ см. **Відповідь:** $\pi\sqrt{3}$ **см.**



232. Знайдемо сторони квадрата та дванадцятикутника $a_{\square} = 2R = 2$ і $a_{12} = 2R\sin\frac{180}{12} \approx 0{,}5$ см. Тоді периметри цих фігур будуть $a_{\square} = 2 \cdot 4 = 8$ см, $a_{12} = 12 \cdot 0{,}5 = 6$ см. Довжина кола: $l = 2\pi R = 2\pi$. Порівняємо отримані результати і отримаємо $6 < 2\pi < 8$, $3 < \pi < 4$.



233. $15° = \frac{\pi}{180} 15 = \frac{\pi}{12}$; $30° = \frac{\pi}{180} 30 = \frac{\pi}{6}$; $48° = \frac{\pi}{180} 48 = \frac{4\pi}{15}$; $75° = \frac{\pi}{180} 75 = \frac{5\pi}{12}$; $120° = \frac{\pi}{180} 120 = \frac{2\pi}{3}$; $240° = \frac{\pi}{180} 240 = \frac{4\pi}{3}$.

234. $\frac{180\frac{\pi}{20}}{\pi} = 9°$; $\frac{180\frac{\pi}{12}}{\pi} = 15°$; $\frac{180\frac{\pi}{6}}{\pi} = 30°$; $\frac{180\frac{\pi}{22}}{\pi} = (8\frac{2}{11})°$; $\frac{180\frac{4\pi}{5}}{\pi} = 144°$;

дорівнює $R = a = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ см. **Відповідь:** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ **см.**

206. Сторона даного трикутника $a = 4\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 12$ см, сторона побудованого трикутника дорівнює $a = 12\sin 60 = 6\sqrt{3}$ см. Тоді радіус кола описаного навколо цього трикутника: $R = \frac{a}{2\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = 3$ см. **Відповідь: 3 см.**

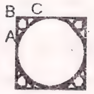
207. Впишемо у восьмикутник коло, для квадрата це коло буде описаним. Знайдемо радіус цього кола $R = \frac{a}{2\sin\frac{180}{8}} = \frac{3}{\sin 22{,}5°}$ см. Сторона квадрата дорівнює $a_k = R\sqrt{2} = \frac{3\sqrt{2}}{\sin 22{,}5°} = 6 + 3\sqrt{2}$ см. **Відповідь:** $\mathbf{(6 + 3\sqrt{2})}$ **см.**

208. Опишемо навколо восьмикутника коло, знайдемо радіус описаного кола: $a = 8\mathrm{tg}22{,}5°$, $R = \frac{8\mathrm{tg}\,22{,}5}{2\sin 22{,}5} = \frac{13}{3}$ см. AC – сторона вписаного в це коло квадрата, AE – діаметр. Знайдемо сторону квадрата $AC = \frac{13\sqrt{2}}{3}$ см. AE – діаметр $AE = 2R = \frac{26}{3}$ см. ΔADE – прямокутний (вписаний, гіпотенуза – діаметр), $AD = AE\sin\angle AED = 2R\sin\frac{135}{2} = 8$ см.

Відповідь: $\mathbf{AC = \frac{13\sqrt{2}}{3}}$ **см,** $\mathbf{AE = 8\frac{2}{3}}$ **см,** $\mathbf{AD = 8}$ **см.**

209. Довжина хорди дорівнює 2 см, отже сторони вписаних квадрата і шестикутника також дорівнюють 6 см. Радіус описаного навколо шестикутника кола $R_ш = a = 2$ см, навколо квадрата – $R_{\square} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ см. Відстань між центрами кіл дорівнює сумі відстаней від центрів кіл до сторін даних фігур b. $b_{\square} = R$, $b_ш = R\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$; $b = \frac{2\sqrt{3}}{3} + \sqrt{3} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$ см. **Відповідь:** $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ **см.**

210. Побудуємо дотичні до даних кіл, точки перетину дотичних із сторонами квадрата – вершини правильного восьмикутника. Позначимо сторону восьмикутника – a, знайдемо сторону восьмикутника: $r = \frac{a}{2}$, $a_ш = \frac{2r}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. ΔABC – рівнобедрений з кутом при вершині 90°. Центр вписаного у трикутник кола лежить на перетині бісектрис. Звідси, $r = a_ш \mathrm{tg}22{,}5° = \frac{a\sqrt{3}}{3(1+\sqrt{2})} = \frac{a}{3}\sqrt{3}(\sqrt{2} - 1)$. **Відповідь:** $\mathbf{\frac{a}{3}\sqrt{3}(\sqrt{2} - 1)}$ **.**



211. Впишемо коло у трикутник, воно буде вписаним і до шестикутника, тоді $r = \frac{5\sqrt{3}}{2}$ см. Сторона трикутника: $a = \frac{5\sqrt{3}}{2} 2\sqrt{3} = 15$ см. **Відповідь: 15 см.**

212. Сторона квадрата вписаного в трикутник не може бути паралельна стороні трикутника, вона може належати їй. Така побудова описана на стор. 133 збірника завдань, мал. 127.

213. Опишемо навколо квадрата коло. Тоді $R = \frac{a}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$ см. Утворений восьмикутник також буде вписаний, його сторона: $a = 2\sqrt{3} \cdot 2\sin 22{,}5°$. Отже периметр восьмикутника: $P = 8 \cdot 4\sqrt{3}\sin 22{,}5° \approx 21{,}2$ см. **Відповідь: 21,2 см.**

$180-\frac{180-140}{2}=160°$. $\frac{180(n-2)}{n}=160°$, $n=18$. **Відповідь: 18 сторін.**

193. З'єднаємо кожну вершину многокутника з центром кола і отримаємо n рівних трикутників (за трьома кутами). У рівних трикутників сторони рівні. **Відповідь: ні.**

194. З'єднаємо середини сторін многокутника. Отримаємо рівнобедрений трикутник з основою, яка є стороною утвореного многокутника. Бачимо, що кожна утворена сторона відтинає від даного многокутника одну вершину і утворює рівнобедрений трикутник, побудовані трикутники рівні. Отже, даний многокутник – правильний.

195. Дві вісі симетрії розбивають чотирикутник на чотири рівних чотирикутника, таке можливо, коли сторони і кути даного чотирикутника рівні. Чотирикутник у якого сторони і кути рівні – квадрат.

196. $R=\frac{a}{\sqrt{2}}=\frac{6}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}$ см, $r=\frac{a}{2}=\frac{6}{2}=3$ см. **Відповідь: $3\sqrt{2}$ см і 3см.**

197. $\frac{a}{2}=8$, $a=16$ **см**, $R=\frac{a}{\sqrt{2}}=\frac{8\sqrt{2}}{2}=4\sqrt{2}$ см. **Відповідь: 16 см і $4\sqrt{2}$ см.**

198. $a=R=5\sqrt{3}$ см, $r=\frac{a\sqrt{3}}{2}=7{,}5$ см. **Відповідь: $a=5\sqrt{3}$ см, $R=7{,}5$ см.**

199. $\frac{a}{2\sin\frac{180°}{n}}=12$, $\frac{a}{2\text{tg}\frac{180°}{n}}=6\sqrt{3}$; з другого рівняння $a=12\sqrt{3}\text{tg}\frac{180}{n}$, підставимо у

перше рівняння $\frac{12\sqrt{3}\text{tg}\frac{180}{n}}{2\sin\frac{180}{n}}=12$, $\cos\frac{180}{n}=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\frac{180°}{n}=30°$, n=6. Тоді $a=12\sqrt{3}\text{tg}30°=12$ см.

Відповідь: n = 6, a = 12 см.

200. $\frac{\frac{a}{2\text{tg}\frac{180}{n}}}{\frac{a}{2\sin\frac{180}{n}}}=\cos\frac{180}{n}=0{,}8$. **Відповідь: так, існує.**

201. Для квадрата, $R=\frac{a}{\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}$ см; для трикутника $R=\frac{a}{\sqrt{3}}=2\sqrt{2}$, $a=2\sqrt{6}$ см.

Відповідь: сторона трикутника $a=2\sqrt{6}$ см.

202. R + r = 12 см (за умовою), тоді $\frac{a}{\sqrt{3}}+\frac{a}{2\sqrt{3}}=12$, $a=8\sqrt{3}$ см. $R=\frac{a}{\sqrt{3}}=8$ см,

$r=\frac{8\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}=4$ см. **Відповідь: 4 см і 8 см.**

203. Припустимо, сторона вписаного квадрата дорівнює a, а сторона описаного – b. Дане коло є для одного квадрата вписаним, для іншого – описаним, звідси $\frac{a}{\sqrt{2}}=\frac{b}{2}$; $\frac{a}{b}=\frac{\sqrt{2}}{2}$. **Відповідь: $\frac{\sqrt{2}}{2}$.**

204. Знайдемо сторону квадрата $a=R\sqrt{2}$, тоді радіус вписаного у квадрат кола: $r_k=\frac{a}{2}=\frac{R\sqrt{2}}{2}$. Сторона трикутника: $a_\Delta=R_\Delta\sqrt{3}=\frac{R\sqrt{6}}{2}$ **Відповідь: $\frac{R\sqrt{6}}{2}$ см.**

205. Радіус кола описаного навколо трикутника буде $R=\frac{a}{\sqrt{3}}=2$ см, сторона шестикутника: $a_ш=\frac{2R}{\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$ см. Радіус кола описаного навколо шестикутника

$\frac{180\frac{5\pi}{3}}{\pi}=$ **300°**; $\frac{180\cdot 3\pi}{\pi}=$ **540°**.

235. Для радіанної міри кута: $l=Rn=1\cdot 3=3$. **Відповідь: довжина дуги = 3.**

236. Сума кутів трикутника дорівнює 180°, 1 рад ≈ = 57°, значить усі кути трикутника не можуть дорівнювати цілому числу радіан.

237. $S=a^2$. 1) $S=12^2=$ **144 см²**; 2) $S=3{,}5^2=$ **12,25 см²**; 3) **$S=m^2$ см²**.

238. $S=a^2$. 1) $a=4\frac{\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}$ см, **$S=8$ см²**; 2) $a=5\sqrt{2}\frac{\sqrt{2}}{2}=5$ см, **$S=25$ см²**;

3) $a=\frac{\sqrt{2}}{2}m$ см, **$S=\frac{1}{2}m^2$ см²**.

239. $S=a\cdot b$. 1) $S=12\cdot 8=96$ **см²**; 2) $S=0{,}8\cdot 3{,}4=$ **2,72 см²**.

240. 1) $a=\sqrt{196}=$ **14 см**; 2) $a=\sqrt{7{,}29}=$ **2,7 см**; 3) $a=\sqrt{18}=$ **$3\sqrt{2}$ м**; 4) $a=\sqrt{m}$ **см**.

241. a = 12 см, S = 168 см², тоді b = 168 : 12 = 14 см. **Відповідь: 14 см.**

242. Діагональ прямокутника розбиває його на два прямокутні трикутника, значить $a=8\text{tg}30°=\frac{8}{\sqrt{3}}=\frac{8}{3}\sqrt{3}$ см. Тоді $S=\frac{64\sqrt{3}}{3}$ см². **Відповідь: $\frac{64\sqrt{3}}{3}$ см².**

243 Введемо коефіцієнт пропорційності x, тоді 4x ·7x = 112, x = 2. **Відповідь: 8 см і 14 см.**

244. Припустимо, менша сторона прямокутника дорівнює x см, тоді інша – (4 + x) см. Звідси, x(4 + x) = 21, x = 3 см. **Відповідь: 3 см і 7 см.**

245. Площа квадрата: $S=8^2=64$ см². З площі прямокутника: a = 64 : 16 = 4 см. **Відповідь: 4 см.**

246. $a=\sqrt{2}R$, $S=(\sqrt{2}R)^2=2R^2$. **Відповідь: $2R^2$.**

247. P = 4a, $S=a^2$. Тоді $a^2=4a$, a = 4. **Відповідь: 4.**

248. Згідно малюнка $S_{ABCD}=(a+b)^2$. Знайдемо його площу через площі фігур $S_{BPFM}=ab$, $S_{PCFK}=b^2$, $S_{FKDE}=ab$, $S_{AMFE}=a^2$. Звідси, $S_{ABCD}=S_{BPFM}+S_{PCFK}+S_{FKDE}+S_{AMFE}=a^2+2ab+b^2$. Отже, $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$.

249. Якщо квадрати не рівні, то їх сторони не рівні, значить і площі не рівні. **Відповідь: ні.**

250. $S=a^2$. 1) $S=(7a)^2=49a^2$, **збільшиться у 49 разів**; 2) $S=(\frac{a}{4})^2=\frac{a^2}{16}$, **зменшиться у 16 разів**; 3) $S=(ma)^2=m^2a^2$, **збільшиться у m^2 разів.**

251. $a=\frac{d\sqrt{2}}{2}$. $d_1=4d$, $a_1=2\sqrt{2}d$. $S=a^2=\frac{d^2}{2}$; $S_1=a_1{}^2=8\sqrt{2}d^2$. $\frac{S_1}{S}=16\sqrt{2}$ - **площа збільшиться у $16\sqrt{2}$ разів**. $P=4\frac{d\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}d$, $P_1=4\cdot 2\sqrt{2}d=8\sqrt{2}d$.

$\frac{P_1}{P}=4$ - **периметр квадрата збільшиться у 4 рази.**

252. $S=ab$. 1) $S=3ab$ - **збільшиться у 3 рази**; 2) $S=\frac{ab}{5}$ - **зменшиться у 5 разів**; 3) $S=7a\cdot 7b=49ab$ - **збільшиться у 49 разів**; 4) $S=4a\cdot 6b=24ab$ - **збільшиться у 24 рази**; 5) $S=8a\cdot\frac{b}{2}=4ab$ - **збільшиться у 4 рази**; 6) $S=ka\cdot pb=kpab$ - **збільшиться у kp разів**; 7) $S=ma\cdot\frac{b}{n}=\frac{m}{n}ab$ - **зміниться на величину $\frac{m}{n}$.**

253. $\frac{S_1}{S}=\frac{a_1^2}{a^2}=3$, $a_1=\sqrt{3}a$. Звідси, $P=4a$. $P_1=4\sqrt{3}a$.

Відповідь: $\frac{P_1}{P}=\sqrt{3}$.

254. Побудуємо прямокутний трикутник, у якого катети дорівнюватимуть сторонам даних квадратів. Гіпотенуза отриманого трикутника буде дорівнювати стороні шуканого квадрата.

255. Щоб площа квадрата збільшилась у 3 рази треба його сторону збільшити у $\sqrt{3}$ разів (задача №253).

256. Сторона шуканого квадрата буде дорівнювати $\sqrt{ab}$ (задача 245).

257. Маленькі квадрати треба розрізати по діагоналі, а отримані половинки скласти сторонами одна до одної.

258. $R=\frac{a}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$ см. $a_{\square}=\sqrt{2}R=\sqrt{3}\sqrt{2}=\sqrt{6}$ см. $S_{\square}=6$ см^2. **Відповідь: 6 см^2.**

259. $S_{\varnothing}=ah_a=18\cdot7=126$ см^2. **Відповідь: 126 см^2.**

260. а) S = 3 · 4 = 12; б) S = 2 · 4 = 8; в) S = 2 · 6= 12; г) S = 4 · 2= 8; д) S = 2 · 2= 4; е) S = 2 · 4 = 8; ж) S = 2 · 2= 4. **Відповідь: а і в; б, г і е; д і ж – рівні по площі.**

261. Висота, опущена не більшу сторону дорівнює $h=9\sin60°=\frac{9\sqrt{3}}{2}$ см. Звідси,

$S=12\frac{9\sqrt{3}}{2}=54\sqrt{3}$ см^2. **Відповідь: $54\sqrt{3}$ см^2.**

262. Аналогічно попередній задачі, $h=5\sqrt{3}\sin60°=\frac{15}{2}$ см. $S=5\sqrt{3}\frac{15}{2}=\frac{75}{2}\sqrt{3}$ см^2.

Відповідь: $\frac{75}{2}\sqrt{3}$ **см^2.**

263. Сторони ромбів рівні (за умовою), отже найбільша площа буде при найбільшій висоті. Коли висота співпаде зі стороною ромба, вона набуде максимального значення. Отже, найбільша площа буде у квадрата.

264. Припустимо, один з кутів ромба дорівнює х см, тоді інший – 3х см, $3x+x=180$, $x=45°$. Тоді $h=8\sin45°=4\sqrt{2}$ см. $S=8\cdot4\sqrt{2}=32\sqrt{2}$ см^2.

Відповідь: $32\sqrt{2}$ см^2.

265. Відстань між сторонами паралелограма дорівнює висоті. $h_a=\frac{S}{a}=\frac{48}{6}=8$ см.

Відповідь: 8 см.

266. $h_a=\frac{S}{a}=\frac{96}{4}=24$ см, $b=\frac{S}{h_b}=\frac{96}{8}=12$ см. **Відповідь: 12 см і 24 см.**

267. Задача має два розв'язки: 1) висота опущена на сторону 9 см. S = 4 · 9 = 36 см, $h_a=\frac{S}{a}=\frac{36}{12}=3$ см; 2) опущена на сторону 12 см. S = 4 · 12 = 48 см, $h_a=\frac{16}{3}$ см.

Відповідь: 3 см або $\frac{16}{3}$ см.

268. Припустимо, сторона паралелограма дорівнює х см, тоді висота – (х + 3)см. $x(x+3)=54$, $x=6$ см. **Відповідь: а = 6 см, h_a = 9 см.**

269. $\frac{S_{\square}}{S_{\varnothing}}=\sqrt{2}$; $S_{\square}=ab$. $S_{\varnothing}=ah_a$; $ab=\sqrt{2}ah_a$, $\frac{h_a}{b}=\frac{\sqrt{2}}{2}=\sin45°$.

Відповідь: 45°, 135°, 45°, 135°.

270. Найбільша площа буде у поодинокому випадку паралелограма - прямоку-

176. 180°(n – 2) – сума внутрішніх кутів, 360° – сума зовнішніх кутів многокутника. Тоді 180(n – 2) = 4 · 360°, n = 10. **Відповідь: многокутник має 10 сторін.**

177. Аналогічно попередній задачі, 180°(n – 2) = 360 + 720, n = 8. **Відповідь: 8.**

178. **Ні.**

179. Фігура має центр симетрії, якщо кожній точці Е цієї фігури відповідає така точка А тієї ж фігури, що відрізок ЕА проходить через центр симетрії і ділиться ним навпіл. Отже, центр симетрії можуть бути многокутники із парною кількістю кутів. Вісь симетрії мають всі правильні многокутники адже сторони і кути у них рівні.

180. $\angle=\frac{180(n-2)}{n}$. 1) $\angle_{вн}=\frac{180(6-2)}{6}=120°$; $\angle_{зов}=180-120=60°$;

2) $\angle_{вн}=\frac{180(24-2)}{24}=165°$;$\angle_{зов}=15°$; 3) $\angle_{вн}=\frac{180(10-2)}{10}=144°$;$\angle_{зов}=36°$.

181. 1) $\frac{180(n-2)}{n}=164°$, n = 22,5, такий n-кутник не є правильний; 2) внутрішній

кут: 180 – 12 = 168°, $\frac{180(n-2)}{n}=168°$, n = 15.

182. Позначимо внутрішній кут через х, тоді зовнішній дорівнює х – 156. Звідси, х – 156 + х = 180°, х = 168°. $\frac{180(n-2)}{n}=168°$; n = 30. **Відповідь: 30 сторін.**

183. Позначимо внутрішній кут через х, тоді зовнішній дорівнює 180 – х. Тоді, 180n – 180(n – 2) = 468 – х, х = 108°. $\frac{180(n-2)}{n}=108°$; n = 30. **Відповідь: 30.**

184. Внутрішній кут правильного п'ятикутника дорівнює 108°, ∠ MDE = = ∠ MED = 180 – 108 = 72°. Тоді ∠ EMD = 180 – 72 – 72 = 36°.
Відповідь: ∠ EMD = 36°.

185. $\frac{180(n-2)}{n}=162°$; n = 20. **Відповідь: 20 сторін.**

186. Центральний кут правильного многокутника дорівнює зовнішньому куту.
1) $180-\frac{180(5-2)}{5}=72°$; 2) $180-\frac{180(8-2)}{8}=45°$; 3) $180-\frac{180(40-2)}{40}=9°$

187. Внутрішній кут дорівнює 180 – 20 = 160°, $\frac{180(n-2)}{n}=160°$; **n = 18.**

188. Чим менше кутів має многокутник, тим менше його зовнішній кут. Отже зовнішній кут найбільший у многокутника із найменшою кількістю кутів – це трикутник. У трикутника зовнішній кут дорівнює 120°. **Відповідь: 120°.**

189. Проведемо серединні перпендикуляри до сторін шестикутника. Точки перетину цих перпендикулярів із колом з'єднаємо із точками дотику кола із вершинами шестикутника. Отримаємо правильний дванадцятикутник.

190. Центральний кут п'ятикутника дорівнює 72°. Отже побудуємо прямі, які проходять через вершини даної сторони і утворюють рівнобедрений трикутник з кутом при вершині 72°. На бічній стороні утвореного трикутника побудуємо рівний йому трикутник. Повторимо побудову до тих пір, доки ламана, яка складається з даних відрізків не стане замкненою. Ця ламана і буде правильний п'ятикутник.

191. Через центр кола проведемо шість прямих, під 30° одна до одної. З'єднаємо точки перетину цих прямих з колом. Отримані точки - вершинами дванадцятикутника.

192. ∠BMC = 140°, тоді внутрішній кут даного многокутника дорівнюватиме

$$P = \frac{a\sqrt{2}}{2}\left(\sqrt{\left(\frac{\sin\varphi}{\sin(\varphi+\alpha)}\right)^2 + 1 + 2\frac{\sin\varphi}{\sin(\varphi+\alpha)}\sin\alpha} + \sqrt{\left(\frac{\sin\alpha}{\sin(\varphi+\alpha)}\right)^2 + 1 + 2\frac{\sin\gamma}{\sin(\varphi+\alpha)}\sin\varphi} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\sin(\varphi+\alpha)}\sqrt{\sin^2\varphi + \sin^2\alpha + 2\sin\varphi\sin\alpha\sin(\varphi+\alpha)}\right).$$ $\beta = 180 - 100 - 50 = 30°$.

$$P = 3\sqrt{2}\left(\sqrt{\left(\frac{\sin 100}{\sin 150}\right)^2 + 1 + 2\frac{\sin 100}{\sin 150}\sin 50} + \sqrt{\left(\frac{\sin 50}{\sin 150}\right)^2 + 1 + 2\frac{\sin 50}{\sin 150}\sin 100} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\sin 150}\sqrt{\sin^2 100 + \sin^2 50 + 2\sin 100\sin 50\sin 150}\right) = 35{,}5 \text{ см}.$$ **Відповідь: P = 35,5 см.**

161. а) **Не є ламана**, точки сполучаються не послідовно;
б) **проста ламана**, немає самоперетинів і точки сполучаються послідовно;
в) **ламана**, точки сполучаються послідовно є самоперетини;
г); **ламана**, є самоперетини, точки сполучаються послідовно
д) **замкнена ламана**, є самоперетини, точки сполучаються послідовно;
е) **не ламана**, точки сполучаються не послідовно.

162. 1) 2 + 4 + 7 = 13 > 12, **можуть**; 2) 3 + 8 + 5 = 16 < 17, **не можуть**; 3) 11 + 5 + 4 + 6 = 26 = 26 **не можуть**.

163. З однієї вершини опуклого многокутника можна провести n – 3 діагоналей. Отже, з вершини десятикутника можна провести 7 діагоналі. Загальну кількість діагоналей можна вичислити за формулою 0,5n(n – 3) = 35.
Відповідь: у десятикутнику можна провести 35 діагоналей.

164. AB < BE + AE, BC < BH + HC, CE < CK + EK, EH < EA + HA, HK < BK + BH, AK < AC + CK (сума двох сторін трикутника, завжди більша за третю сторону). Отже,
AB + BC + CE + EH + HK+ AK < BE + AE + BH + HC + + CK + EK + EA + HA + BK + BH + AC + CK.

165. Подовжимо медіану за точку перетину із третьою стороною на довжину медіани, отримаємо паралелограм. Далі рішення на стор. 133, збірника задач.

166. Рішення до задачі №165 В-І, стор. 18.

167. $90 > \frac{180(n-2)}{n}$; $n < 4$. **Відповідь: так, це буде трикутник.**

168. 180°(n – 2) = 180(7 – 2) = 900°, середня величина кута дорівнюватиме 900 : : 7 ≈ 129° < 136°. **Відповідь: ні, не може.**

169. Якщо, кількість сторін збільшиться на 2, то і кількість кутів збільшиться не 2. Отже n = n + 2, 180°(n +2 – 2) = 180°n. Позначимо величину на яку збільшиться сума кутів через x. Тоді x + 180°(n – 2) = 180°n, x = 360°.
Відповідь: сума кутів збільшиться на 360°.

170. Введемо коефіцієнт пропорційності – x. Тоді 3x + 5x + 4x + 7x + 2x + 3x = = 180°(6 – 2), x = 30. **Відповідь: 90°, 150°, 126°, 120°, 210°, 60°, 90°.**

171. Позначимо невідомі кути, як α, β, γ і φ. Тоді α = β + 30, γ = β + 10, φ = β + 20. Тоді β + 30 + β + β + 10 + β + 20 = 360°, β = 75°; α = 105°, γ = 85°. φ = 95°.
Відповідь: 105°, 75°, 85°, 95°.

172. Задача зворотна до задачі №167, n = 3. **Відповідь: 3.**.

173. Кожен кут опуклого многокутника менший за 180°. Сума кутів чотирикутника дорівнює 360°, 360 – 180 = 180°. **Відповідь: ні, не може.**

174. 180°(n – 2) = 2700, n = 17. Даний многокутник має 17 кутів, значить і 17 сторін. Відповідно, 17-ти кутник має 0,5 · 17 · (17 – 3) = 119.
Відповідь: заданий многокутник має 17 сторін і 119 діагоналей.

175. $0{,}5n(n-3) = 152$, $n^2 - 3n - 304 = 0$, n = 19, відповідно, кількість сторін дорівнює 19. S = 180(19 – 2) = 3060°. **Відповідь: кількість сторін – 19, S = 3060°.**

тника. Отже площа паралелограма не може бути більшою за площу прямокутника із заданими сторонами. 6 ·8 = 48 < 49. **Відповідь: ні, не може.**

271. Висоти перпендикулярні сторонам, отже кут між сторонами також буде 60°. $a = \frac{h_a}{\sin 60} = \frac{16\sqrt{3}}{3}$ см; $S = 10\frac{16\sqrt{3}}{3} = \frac{160\sqrt{3}}{3}$ см². **Відповідь: $\frac{160\sqrt{3}}{3}$ см².**

272. $h = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12$ см, S = 12 · 9 = 108 см². **Відповідь: 108 см².**

273. Центром симетрії паралелограма є точка перетину діагоналей, сторони паралелограма рівні і паралельні, кути паралелограма попарно рівні. Отже, пряма перетне протилежні сторони під рівними кутами. Таким чином ми отримаємо дві рівні фігури по обидва боки від прямої, а у рівних фігур площі також рівні.

274. $S = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}\cdot 8\cdot 4{,}5 = 18$ см². **Відповідь: 18 см².**

275. $h_a = \frac{2S}{a} = \frac{2\cdot 84}{8} = 21$ см. **Відповідь: 21 см.**

276. У прямокутному трикутнику катет є висотою проведеною до іншого катета. Отже, $S = \frac{1}{2}\cdot 6\cdot 9 = 27$ см². **Відповідь: 27 см².**

277. а) $S = \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 5 = 10$; б) $S = \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 4 = 8$; в) $S = \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 4 = 8$; г) $S = \frac{1}{2}\cdot 1\cdot 8 = 4$; д) $S = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 8 = 8$; е) $S = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 4 = 4$; ж) $S = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 6 = 6$. **Відповідь: б, в і д; г і е.**

278. Проведемо висоту до більшої сторони. Тоді $h = 4\sin 30° = 2$ см. $S = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 7 = 7$ см². **Відповідь: 7 см².**

279. Найбільша площа буде у поодинокому випадку – прямокутному трикутнику, $S = \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 8 = 16$ см². 1) 12 < 16, **може**; 2) 16 = 16, **може**; 3) 18 > 16, **не може**.

280. $S_2 = 3S_1$, $S_1 = \frac{1}{2}\cdot 3\cdot 8 = 12$ см², $S_2 = 3\cdot 12 = 36$ см². Звідси, $h_2 = \frac{2S}{a} = \frac{2\cdot 36}{6} = 12$ см.
Відповідь: 12 см.

281. Висота до основи: $h = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ см. $S = \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 6 = 12$ см². **Відповідь: 12 см².**

282. Знайдемо площу трикутника та його гіпотенузу. $S = \frac{1}{2}\cdot 9\cdot 12 = 54$ см², $a = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15$ см. Звідси $h_a = \frac{2S}{a} = \frac{2\cdot 54}{15} = 7{,}2$ см. **Відповідь: 7,2 см.**

283. $S = \frac{1}{2}ah_a$. 1) $S = \frac{3}{2}ah_a$, **збільшиться у 3 рази**; 2) $S = \frac{1}{10}ah_a$, **зменшиться у 5 разів**; 3) $S = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}a\cdot 5h_a = \frac{5}{4}ah_a$, **збільшиться у 2,5 рази**; 4) $S = \frac{56}{2}ah_a$, **збільшиться у 56 разів**.

284. $AB = \frac{2}{3}BC$ (за умовою). $S = \frac{1}{2}ABh_{AB} = \frac{2}{6}BCh_{BC}$, $S = \frac{1}{2}BCh_{BC}$. Звідси, $\frac{2}{6}BCh_{AB} = \frac{1}{2}BCh_{BC}$, $\frac{h_{AB}}{h_{BC}} = \frac{3}{2}$. **Відповідь: висоти відносяться як $\frac{3}{2}$.**

285. $S = \frac{1}{2}ah_a$. Отже площа має пряму залежність від висоти та сторони до якої вона проведена. Значить, при постійній площі, чим менше одна величина тим більше інша. Тобто більшій стороні трикутника відповідає менша висота.

286. Медіана ділить сторону на два рівні відрізка, тобто у нас утворилося два

трикутники з рівними основами та спільною висотою, їх площі – рівні.

287. $S_{ABD} = \frac{1}{2}AD \cdot h$, $S_{BCD} = \frac{1}{2}BC \cdot h$, $S_{BOC} = \frac{1}{2}BC \cdot (h - h_{AD})$, $S_{AOD} = \frac{1}{2}AD \cdot h_{AD}$.

$S_{ABO} = S_{ABD} - S_{AOD} = \frac{1}{2}AD \cdot h - \frac{1}{2}AD \cdot h_{AD} = \frac{1}{2}AD(h - h_{AD})$; $S_{COD} = S_{BCD} - S_{BOC} = \frac{1}{2}BC \cdot h - \frac{1}{2}BC \cdot (h - h_{AD}) = \frac{1}{2}BCh_{AD}$. Трикутники BOC і AOD – подібні, тобто $\frac{BC}{AD} = \frac{h - h_{AD}}{h_{AD}}$, $BCh_{AD} = AD(h - h_{AD})$. Отже $S_{COD} = S_{ABO}$.

288. Бокова сторона трикутника дорівнює 13 см (за умовою). Тоді $h = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$ см. $S = \frac{1}{2} \cdot 13 \cdot 12 = 78$ см^2. **Відповідь: 78 см^2.**

289. Припустимо, a – бічна сторона, b – основа. Тоді $\frac{a}{b} = \frac{5}{6}$, $a = \frac{5}{6}b$. Звідси $(\frac{5}{6}b)^2 - (\frac{1}{2}b)^2 = 12^2$, $b = 18$ см. $S = \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot 12 = 108$ см^2. **Відповідь: 108 см^2.**

290. Припустимо, a – бічна сторона, b – основа, h_b – висота до основи.

$b = 2h_b tg15°$; $\frac{1}{2} \cdot 2h_b tg15° \cdot h_b = 150$, $h_b = \sqrt{150(2+\sqrt{3})}$ см, $b = \frac{2\sqrt{150(2+\sqrt{3})}}{2+\sqrt{3}} = 10\sqrt{12 - 6\sqrt{3}}$ см, $a = \frac{b}{2\sin 15°} = 10\sqrt{6}$ см. **Відповідь: $10\sqrt{6}$ см, $10\sqrt{12 - 6\sqrt{3}}$ см.**

291. Гіпотенуза даного трикутника буде $\frac{12}{0,8} = 15$ см, тоді інший катет $\sqrt{15^2 - 12^2} = 9$ см. $S = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 12 = 54$ см^2. **Відповідь: 54 см^2.**

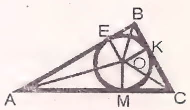
292. Позначимо менший з катетів дорівнює x см, тоді інший – (x + 14) см. Тоді, $x^2 + (x + 14)^2 = 26^2$; x = 10 см. Отже, катети дорівнюють 10 см і 24 см. Звідси $S = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 24 = 120$ см^2. **Відповідь: 120 см^2.**

293. За ознакою косинусів $\frac{a}{30} = \frac{24}{a}$; $a = 12\sqrt{5}$ см, $\frac{b}{30} = \frac{6}{b}$; $b = 6\sqrt{5}$ см.

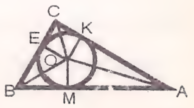
$S = \frac{1}{2} \cdot 12\sqrt{5} \cdot 6\sqrt{5} = 180$ см^2. **Відповідь: 180 см^2.**

294. Припустимо, a і b – катети даного трикутника. Тоді $\frac{a}{40} = \frac{b}{30}$; $a = \frac{4}{3}b$ (властивість бісектриси). Отже, $(\frac{4}{3}b)^2 + b^2 = 70^2$; $b = 42$ см, $a = \frac{4}{3}42 = 56$ см.

$S = \frac{1}{2} \cdot 42 \cdot 56 = 1176$ см^2. **Відповідь: 1176 см^2.**



295. Центр вписаного кола лежить у точці перетину бісектрис. ΔAEO = ΔAOM і ΔCOK = ΔCMO (за другою ознакою рівності трикутників). Позначимо, MB через x, тоді AM = 26 – x. Звідси, AE = 26 – x, KC = x, EB = BK = 4 см (EBKO – квадрат). Отже, $(26 - x + 4)^2 + (x + 4)^2 = 26^2$, x = 6 см; AB = 24 см, BC = 10 см. $S = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 10 = 120$ см^2. **Відповідь: 120 см^2.**



296. У прямокутному трикутнику катет проти кута 30° вдвічі менший за гіпотенузу, значить $BO = 2KO = 2\sqrt{3}$ см. Тоді $BE = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - \sqrt{3}^2} = 3$ см. $AK = \frac{OK}{tg15°} = (2\sqrt{3} + 3)$ см.

$\sin\angle A = 8 \cdot \sin 65° : 13,7 = 0,53$, $\angle A = $ **32°**, $\angle C = 180 - 65 - 32 = $ **83°**;

4) $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos 96° = 153,9$, AC = **12,4 см**,
$\sin\angle C = 7 \cdot \sin 96° : 12,4 = 0,56$, $\angle C = $ **34°**, $\angle A = 180 - 96 - 34 = $ **50°**;

5) $\cos\angle A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC} \approx 0,579$, $\angle A = $ **55°**, $\cos\angle B = 0,206$, $\angle B = $ **78°**, $\angle C = 180 - 55 - 78 = $ **47°**;

6) $\cos\angle A = 0,821$, $\angle A = $ **35°**, $\cos\angle B = -0,364$, $\angle B = $ **111°**, $\angle C = $ **34°**;

7) $\sin\angle C = 18 \cdot \sin 110° : 20 = 0,846$, $\angle C = $ **58°**, $\angle B = $ **12°**, AC = **4,4 см**;

8) $\sin\angle C = 12 \cdot \sin 50° : 15 = 0,613$, $\angle C = $ **38°**, $\angle B = $ **92°**, AC = **19,6 см**;

9) $\sin\angle C = 14 \cdot \sin 25° : 8 = 0,74$, $\angle C = $ **48°**, $\angle B = $ **107°**, AC = **20,4 см**;

10) $\sin\angle A = 28 \cdot \sin 35° : 12 = 1,34$ синус більше одиниці. Задача не має рішення.

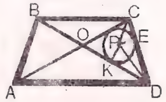
157. 1) $\angle C = 180 - 70 - 70 = 40°$, $AB = \frac{10 \cdot \sin 40°}{\sin 70°} = $ **6,8 см**; 2) $BK = \frac{BC\sin 40}{\sin 90} = 6,4$ см;

3) AM = 10 : 2 = 5 см, $BM = \sqrt{AM^2 + AB^2 - 2AM \cdot AB\cos 70} = $ **6,9 см**;

4) $\angle ADB = 180 - 70 - 35 = 75°$, $AD = \frac{AB\sin 70}{\sin 75} = $ **6,6 см**;

5) $R = \frac{AB}{2\sin\angle C} = $ **5,3 см**; 6) $r = OK = \frac{AB\sin 35}{2\sin 55} = $ **2,4 см.**

158. 1) $\angle ACD = 180 - 74 - 42 = 64°$; $\angle ABC = 180 - 74 = 106°$; $AD = \frac{AC\sin 64}{\sin 74} = $ **5,6 см**,



$AB = CD = \frac{AC\sin 42}{\sin 74} = $ **4,2 см**, $BC = \frac{AC\sin 32}{\sin 106} = $ **3,3 см**;

2) $R = \frac{AC}{2\sin 106} = $ **3,1 см**; 3) $PE = \frac{CE\sin 32}{\sin 58}$, $PE = \frac{(4,2 - CE)\sin 16}{\sin 74}$;

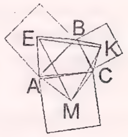
$\frac{CE\sin 32}{\sin 58} = \frac{(4,2 - CE)\sin 16}{\sin 74}$, CE = 1,3 см;

r = PE = CEtg32° = **0,8 см.**

159. Дуги відносяться як 2 : 3 : 7, значить протилежні їм кути трикутника відносяться як 2 : 3 : 7. Введемо коефіцієнт пропорційності x, тоді 2x + 3x + 7x = 180, x = 15. Звідси, $\angle B = 45°$, $\angle C = 105°$ і $\angle A = 30°$. За теоремою синусів:

$AB = \frac{AC \ \sin\angle C}{\sin\angle B} = 10,9$ см; $BC = \frac{AC \ \sin\angle A}{\sin\angle B} = 5,7$ см. **Відповідь: 10,9 см і 5,7 см.**

160. Позначимо кут ABC через β, β = 180 – φ – α. Тоді



$AB = \frac{a \ \sin\varphi}{\sin(\varphi + \alpha)}$; $BC = \frac{a \ \sin\alpha}{\sin(\varphi + \alpha)}$. Побудовані фігури – квадрати, отже їх центри – точки перетину діагоналей, значить ΔAEB, ΔBKC і ΔACM – рівнобедрені і прямокутні. $\angle MAE = 90 + \alpha$, $\angle KCM = 90 + \varphi$, $\angle EBK = 90 + \beta = 270 - \varphi - \alpha$. За теоремою косинусів знайдемо сторони EK трикутника EBK:

$ME = \sqrt{AM^2 + AE^2 - 2AM \cdot AE\cos\angle MAE} = a\frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{(\frac{\sin\varphi}{\sin(\varphi + \alpha)})^2 + 1 + 2\frac{\sin\varphi}{\sin(\varphi + \alpha)}\sin\alpha}$.

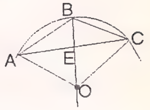
$EK = \sqrt{(\frac{a \ \sin\varphi}{\sin(\varphi + \alpha)}\frac{\sqrt{2}}{2})^2 + (\frac{a \ \sin\alpha}{\sin(\varphi + \alpha)}\frac{\sqrt{2}}{2})^2 + 2\frac{a \ \sin\varphi}{\sin(\varphi + \alpha)}\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{a \ \sin\alpha}{\sin(\varphi + \alpha)}\frac{\sqrt{2}}{2}\sin(\varphi + \alpha)} = $

$= \frac{a\sqrt{2}}{2\sin(\beta + \gamma)}\sqrt{\sin^2\varphi + \sin^2\alpha + 2\sin\varphi\sin\alpha\sin(\varphi + \alpha)}$;

$KM = \sqrt{KC^2 + CM^2 - 2KC \cdot CM\cos\angle MCK} = \frac{a\sqrt{2}}{2}\sqrt{(\frac{\sin\alpha}{\sin(\varphi + \alpha)})^2 + 1 + 2\frac{\sin\gamma}{\sin(\varphi + \alpha)}\sin\varphi}$;

149. $\frac{a}{R}=\frac{AC}{R}=2\sin\beta=\sqrt{3};\ \sin\beta=\frac{\sqrt{3}}{2};\ \beta_1=60°,\ \beta_2=120°;$

$\frac{c}{R}=\frac{AB}{R}=2\sin\gamma=\frac{2\sqrt{3}}{3};\ \sin\gamma=\frac{\sqrt{3}}{3};\ \gamma_1=35°,\ \gamma_2=145°.$



$60+145>180,\ 120+145>180$, отже задача має два ріщення:

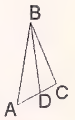
1) $a^2 = 12^2 + 8^2 - 2 \cdot 12 \cdot 8 \cos 85° \approx 191$, $a \approx 14$см;

2) $a^2 = 12^2 + 8^2 - 2 \cdot 12 \cdot 8 \cos 25° \approx 34$, $a \approx 6$ см.

Відповідь: 6 см або 14 см.

150. $\angle BDC = 180 - 105 - 15 = 60°$. Тоді $BC = 2\cdot 8\sqrt{6}\sin 60 = 24\sqrt{2}$ см.

$\angle BAC = 180-105-30 = 45°,\ R_{ABC}=\frac{BC}{\sin\angle B}=\frac{24\sqrt{2}\cdot 2}{\sqrt{2}}=48$ см.

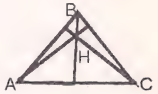


Відповідь: 48 см.

151. $AC = 2\cdot 5\cdot\sin\angle AHC,\ \ \angle B = 180-\angle AHC$, звідси

$R_{ABC}=\frac{2\cdot 5\cdot\sin\angle AHC}{\sin\angle AHC}=10$ см. $AB = 2\cdot 10\cdot\sin\angle C$,

$\angle AHB = 180-\angle C,\ \ R_{AHB}=\frac{2\cdot 10\cdot\sin\angle C}{\sin\angle C}=$ **20 см.**



152. Висота рівнобедреного трикутника розбиває його на два рівні прямокутні трикутника, тоді кут при вершині: $\sin\frac{\alpha}{2}=\frac{35}{37};\ \angle\frac{\alpha}{2}=71°,\ \alpha=142°$.

$R=\frac{70}{2\sin 142°}\approx 57$ см. **Відповідь: 57 см.**

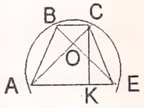
153. Подовжимо бічні сторони трапеції до їх перетину, центр вписаного у трикутник кола лежить на перетині його бісектрис. Тоді $\Delta POE = \Delta EOM$ і $\Delta OHC = \Delta OCM$ (за третьою ознакою), $CE = \frac{1}{2}BC + \frac{1}{2}AE = 15$ см. $AK = (14-2):2 = 6$ см

(властивість рівнобічної трапеції), $BK = \sqrt{AB^2 - AK^2} = 8$ см, $\sin\angle KAB =$ $=\frac{KB}{AB}=\frac{4}{5}$. $KE = AE - AK = 8$ см. $BE = \sqrt{BK^2+KE^2} = 8\sqrt{2}$ см. Отже,

$R=\frac{BE}{2\sin\angle KAB}=5\sqrt{2}$ см. **Відповідь: $5\sqrt{2}$ см.**

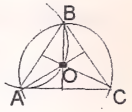
154. Позначимо меншу основу через x. $KE=\frac{2x-x}{2}=\frac{x}{2}$, тоді $CK=\sqrt{(2x)^2-(\frac{x}{2})^2}=\frac{x\sqrt{15}}{2}$, $\sin\angle E=\frac{\frac{x}{2}\sqrt{15}}{2x}=\frac{\sqrt{15}}{4}$. Звідси

$AC = 2R\sin\angle E = 2\cdot 8\cdot\frac{\sqrt{15}}{4}=4\sqrt{15}$ см. **Відповідь: $4\sqrt{15}$ см.**



155. З ΔAOB: $R_{AOB}=\frac{AB}{2\sin\angle AOB}$. З ΔBDC: $R_{ABC}=\frac{AB}{2\sin\angle C}$. Звідси,

$\frac{R_{AOB}}{R_{ABC}}=\frac{\frac{AB}{2\sin\angle 2C}}{\frac{AB}{2\sin\angle C}}=\frac{\sin\angle C}{\sin\angle 2C}=1;\ \sin\angle C=\sin\angle 2C,\ \ \angle C=60°.$



156. За теоремою синусів: $\frac{AC}{\sin\angle B}=\frac{AB}{\sin\angle C}=\frac{BC}{\sin\angle A}$;

1) AB = 10 · sin 26° : sin 62° = **5 см**, ∠ A = 180 – 26 – 62 = **92°**, BC = **11,3 см**;

2) ∠ C = 180 – 38 – 49 = **93°**, AC = 16 · sin 49° : sin 93° = **12,1 см**, BC = **9,9 см**;

3) $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB\cdot BC\cdot\cos 65° = 188$, AB = **13,7 см**,

$BC=\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)$ см, $AC = 3(\sqrt{3}+1)$ см; $S=\frac{1}{2}\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)\cdot 3(\sqrt{3}+1)=9+6\sqrt{3}$ см^2.

Відповідь: $9+6\sqrt{3}$ см^2.

297. Трикутники ABE, ECF і AFD – прямокутні, $S_{AEF}=S_{ABCD}-S_{ABE}-S_{ECF}-S_{AFD}$.

$S_{ABCD}=14^2=196$ см^2, $S_{ABE}=\frac{1}{2}\cdot 14\cdot 4=28$ см^2, $S_{AFD}=\frac{1}{2}\cdot 14\cdot 9=63$ см^2,

$S_{ECF}=\frac{1}{2}(14-4)(14-9)=25$ см^2; $S_{AEF}=80$ см^2. **Відповідь: 80 см^2.**

298. Аналогічно попередній задачі, знайдемо площу прямокутника, описаного навколо даного трикутника і віднімемо площі зайвих трикутників.

$S_\Delta=5\cdot 6-\frac{1}{2}\cdot 5\cdot 3-\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 3-\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 6=12$. **Відповідь: 12.**

299. Позначимо сторону квадрата через x, $S_{ABC}=\frac{1}{2}\cdot 6\cdot 4=12$ см^2. Тоді

$S_{MKPC}=S_{ABC}-S_{AKM}-S_{KBP},\ \ x^2=12-\frac{1}{2}(6-x)x-\frac{1}{2}(4-x)x,\ x=2{,}4$ см.

Звідси, $S_{MKPC}=2{,}4^2=5{,}76$ см^2. **Відповідь: 5,76 см^2.**

300. Припустимо, CD = x, тоді BD = 3x (за умовою). $S_{ABC}=S_{ADC}+S_{ABD}$, висоти усіх трьох трикутників опущені з вершини A співпадають, основи відносяться як 3 : 1, отже їхні площі також відносяться як 3 : 1. $S_{ABD}=21$ см^2

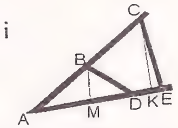
$S_{ADC}=7$ см^2. **Відповідь: 21 см^2 і 7 см^2.**

301. Припустимо, бісектриса кута B перетинає сторону AC у точці E. За властивістю бісектриси трикутника: $\frac{AE}{EC}=\frac{AB}{BC}=\frac{7}{4}$. Площа ΔABC ділиться бісектрисою в такому ж відношенні, як і сторони AB і BC. **Відповідь: 7 : 4.**

302. Відрізки AO і BO рівні, значить їх проекції на пряму CD також рівні, відповідно, рівні і висоти ΔAOC і ΔODB, опущені на CD. Тоді, $S_{AOC}=\frac{1}{2}\cdot 3\cdot h$,

$S_{ODB}=\frac{1}{2}\cdot 5\cdot h,\ \ \frac{S_{AOC}}{S_{ODB}}=\frac{3}{5}$. **Відповідь: 3 : 5.**

303. $S_{BCED}=S_{ACE}-S_{ABD}$. З вершин B і C трикутників ABD і ACE на сторону AE опустимо висоти BM і CK. За теоремою Фалеса: $\frac{AC}{CK}=\frac{AB}{BM}$, $CK=\frac{AC\cdot BM}{AB}=\frac{9}{4}BM$.



$S_{ACK}=\frac{1}{2}\cdot 8\cdot\frac{9}{4}BM=9BM$, $S_{ABD}=\frac{1}{2}\cdot 6\cdot BM=3BM$; $S_{BCKD}=9BM-3BM=6BM$.

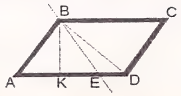
$\frac{S_{ABD}}{S_{BCED}}=\frac{1}{2}$. **Відповідь: 1 : 2.**

304. Позначимо сторону квадрата через x. Тоді, $MC=\frac{x}{4}$ і $CK=\frac{x}{3}$, ΔMCK – прямокутний, отже $\frac{1}{2}\cdot\frac{x}{4}\cdot\frac{x}{3}=6;\ \ x^2=144$ см^2. **Відповідь: 144 см^2.**

305. Висоти новоутворених трикутників, з вершини, через яку проходить пряма, рівні. Значить площі утворених трикутників будуть відноситись так, як і їхні основи. 1) **поділити основу у відношенні 2:1**; 2) **поділити 2:3.**

306. $\frac{S_{ABE}}{S_{BCDE}}=\frac{2}{3}$ (за умовою), нехай BK = h. $S_{ABE}=\frac{1}{2}AE\cdot h$,

$S_{BDE}=\frac{1}{2}ED\cdot h,\ \ S_{BCD}=\frac{1}{2}(AE+ED)h$.



$S_{BCDE} = S_{BCD} + S_{BDE} = \frac{1}{2}h(AE + 2ED)$. $\dfrac{\frac{1}{2}AE \cdot h}{\frac{1}{2}h(AE+2ED)} = \frac{2}{3}$; $\frac{ED}{AE} = \frac{1}{4}$.

307. Рішення у збірнику задач на стор. 130.

308. Ромб розбивається кожною діагоналлю на два рівних рівнобедрених трикутника, значить $S_{ромба} = 2S_{\Delta}$. $S_{ромба} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \frac{8}{2} = 20$ см^2. **Відповідь: 20 см^2.**

309. Площа ромба дорівнює половині добутку діагоналей ромба. Позначимо меншу діагональ ромба – a, більшу – b. $a = 42 - b$ (за умовою), звідси маємо $(21 - \frac{b}{2})^2 + (\frac{b}{2})^2 = 15^2$; b = 24 см, a = 18 см. $S = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 18 = 216$ см^2.

Відповідь: 216 см^2.

310. Позначимо меншу діагональ ромба – a, більшу – b, $a = \frac{5}{12}b$ (за умовою).

Знайдемо сторону ромба $\sqrt{(\frac{1}{2}b)^2 + (\frac{1}{2}\frac{5}{12}b)^2} = \frac{13}{24}b$. $S = \frac{1}{2}ab = \frac{5}{24}b^2$;

$S = 2S_{\Delta} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{13}{24}b \cdot 60 = \frac{65}{2}b$; $\frac{5}{24}b^2 = \frac{65}{2}b$, b = 156 см, a = 65 см. S = 5070 см^2.

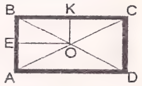
Відповідь: 5070 см^2.

311. Позначимо меншу діагональ ромба – a, більшу – b. Тоді $(\frac{a}{2})^2 + (\frac{b}{2})^2 = 13^2$;

$(\frac{a}{2})^2 = 13^2 - (\frac{b}{2})^2$. Даний перпендикуляр є спільним катетом двох трикутників, звідси $(\frac{a}{2})^2 - 4^2 = (\frac{b}{2})^2 - 9^2$; $(\frac{a}{2})^2 = (\frac{b}{2})^2 - 65$. Отже, $b = 6\sqrt{13}$ см, $(\frac{a}{2})^2 = 52$, $a = 4\sqrt{13}$ см (пропорційність проекцій і похилих). $S = \frac{1}{2} \cdot 6\sqrt{13} \cdot 4\sqrt{13} = 156$ см^2.

Відповідь: 156 см.

312. $\angle AOB = 60°$, значить $\angle BOC = 120°$. EO і KO – бісектриси ΔABO і ΔBOC. Звідси $\Delta BOE = \Delta BKO$ (за другою ознакою). Позначимо меншу сторону прямокутника – a, більшу – b. Тоді $BE = \frac{a}{2}$,

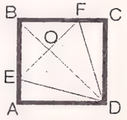


$BO = 2\frac{a}{2} = a$ (BE – катет проти кута 30°);

$EO = \sqrt{a^2 - (\frac{a}{2})^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{b}{2}$, $BC = a\sqrt{3}$. Звідси, $a \cdot a\sqrt{3} = 12$, $a = 2\sqrt[4]{3}$ см,

$b = 2\sqrt[4]{27}$ см. **Відповідь: $2\sqrt[4]{3}$ см і $2\sqrt[4]{27}$ см.**

313. $S_{DEF} = S_{\square} - S_{BFE} - 2S_{AED}$ (Δ EFD - рівносторонній, значить $\Delta AED = \Delta CDF$). $EA = AD\,tg15° = \frac{1}{2+\sqrt{3}}$ см, $EB = 1 - \frac{1}{2+\sqrt{3}} = \frac{1+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$ см.



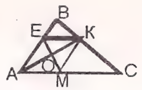
Звідси, $S_{DEF} = 1^2 - \frac{1}{2}(\frac{1+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}})^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2+\sqrt{3}} \cdot 1 = (2\sqrt{3} - 3)$ см^2. **Відповідь: $2\sqrt{3}$ - 3 см^2.**

314. Побудуємо висоту до більшої сторони, один з відрізків, на які висота ділить сторону, позначимо x, тоді інший – 30 – x. $28^2 - (30 - x)^2 = 26^2 - x^2$;

x=13,2см. Тоді висота буде $h = \sqrt{26^2 - (\frac{66}{5})^2} = 22,4$ см.

$S = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 22,4 = 336$ см^2. **Відповідь: 336 см^2.**

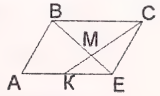
140. AK – діагональ ромба, значить і бісектриса $\angle$ A. Тоді, $AO = AM\cos 30° = 3\sqrt{3}$ см, $AK = 2AO = 6\sqrt{3}$ см. $\angle KAC = \angle ACK = 30°$, значить $KC = AK = 6\sqrt{3}$ см. $BK = AK\sin 30° = 3\sqrt{3}$ см.



$AB = \sqrt{(6\sqrt{3})^2 - (3\sqrt{3})^2} = 9$ см, AC : CK = AB : BK, AC = 18 см. $BC = 9\sqrt{3}$ см.

Відповідь: 9 см, $9\sqrt{3}$ см і 18 см.

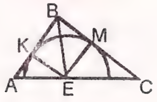
141 ΔBCM і ΔKME – подібні (за двома кутами), значить $\frac{KM}{MC} = \frac{ME}{BM} = \frac{KE}{BC}$, $KE = \frac{4\sqrt{2}}{7}BC$ CM – бісектриса, отже $\frac{BM}{BC} = \frac{ME}{CE}$. Звідси, $\frac{CE}{BC} = \frac{KE}{BC}$, $CE = KE = \frac{4\sqrt{2}}{7}BC$.



$(4\sqrt{2} + 7)^2 = (\frac{4\sqrt{2}}{7}BC)^2 + BC^2 - 2BC\frac{4\sqrt{2}}{7}BC\cos 45°$; $BC = \frac{7}{5}\sqrt{81 + 56\sqrt{2}}$ см,

$KE = \frac{4}{5}\sqrt{162 + 112\sqrt{2}}$ см. $AK = \frac{7}{5}\sqrt{81 + 56\sqrt{2}} - \frac{4}{5}\sqrt{162 + 112\sqrt{2}}$ см.

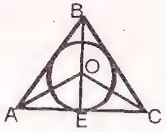
142. ΔBEK і ΔBME – прямокутні і рівні (EK і EM – радіуси, BE– спільна), звідси $\angle KBE = \angle MBE$, значить BE – бісектриса $\angle ABC$. Тоді AB : AE = BC : EC, $AE = \frac{13}{14}EC$;



$EC + \frac{13}{14}EC = 15$, $EC = 7\frac{7}{9}$ см, $AE = 8\frac{2}{9}$ см. **Відповідь:**

$7\frac{7}{9}$ см і $8\frac{2}{9}$ см.

143. Центр вписаного у трикутник кола лежить на перетині бісектрис, тобто AO, BE і CO - бісектриси. AC = 2AE, AE : OE = AB : OB, $AE = \frac{8}{17}AB$. $AE^2 - (\frac{8}{17}AE)^2 = 25^2$;

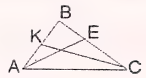


$AE = 28\frac{1}{3}$ см, **$AC = 56\frac{1}{3}$ см.** $AB = BC = 17 \cdot 28\frac{1}{3} : 8 =$ **$60\frac{5}{24}$ см.**

144. (Мал. до задачі №143). $AE = \sqrt{26^2 - 20^2} = 2\sqrt{69}$ см. $BO : OE = 13 : \sqrt{69}$, значить $\frac{13}{\sqrt{69}}OE + OE = 20$, **$r = OE = \frac{1}{5}(13\sqrt{69} - 69)$ см.**

145. (Мал. до задачі №143). BE – OE = BO = 4 см (за умовою), AE : OE = 20 : 5, $OE = \frac{1}{4}AE$. Тоді $20^2 = (4 + \frac{1}{4}AE)^2 + AE^2$; $AE = \frac{16}{17}(\sqrt{409} - 1)$ см. Трикутник рівнобедрений, отже P = 2(AB + AE) = **$\frac{8}{17}(4\sqrt{409} + 81)$ см.**

146. $AC = \sqrt{24^2 + 18^2} = 30$ см. AC : AB = CE : BE, $CE = \frac{5}{3}BE$ (властивість бісектриси). $BE + \frac{5}{3}BE = 24$, BE = 9 см,



тоді $AE = \sqrt{18^2 + 9^2} =$ **$9\sqrt{5}$ см.** Аналогічно, AC : BC = AK : KB, $AK = \frac{5}{4}KB$;

$KB + \frac{5}{4}KB = 18$, KB = 8 см, $CK = \sqrt{24^2 + 8^2} =$ **$8\sqrt{10}$ см.**

147. $a = 5\sqrt{2}$ см, $\angle\alpha = 45°$ (за умовою). $R = \frac{5\sqrt{2} \cdot 2}{2 \cdot \sqrt{2}} = 5$ см. **Відповідь: 5 см.**

148. $a = 2R\sin\alpha$. $AB = 2 \cdot 8\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 16$ см. **Відповідь: 16 см.**

до неї сторонам. Тоді:

1) позначимо ВК через x. 10 : x = 12 : (11 – x); x =5. **ВК = 5 см, КС = 6 см**;

2) ВК : КС = АВ : АС; АВ : АС = 4 : 9; АС = 16 · 9 : 4 = 36 см. **АС = 36 см**;

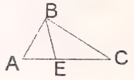
3) ВК : КС = АВ : АС, ВК = КС + 4, тоді (КС + 4) : КС = 5 : 3, КС = 6 см, ВС = 6 + (6 + 4) = 16 см. **ВС = 16 см;**

4) АС = 68 – АВ, АВ : (68 – АВ) = 8 : 9, АВ = 32 см, АС = 68 – 32 = 36 см; ВС = ВК + КС = 8 + 9 = 17 см. **АВ = 32 см, ВС = 17 см, АС = 36 см.**

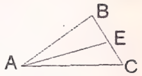
132. АВ : BN = 6 : 5; АС : NC = 8 : 6, 6 : 5 ≠ 8 : 6, значить AN не є бісектрисою ∠ ВАС, BN < CN. **Відповідь: ∠ BAN < ∠ CAN.**

133. Бісектриса ділить катет у відношенні 2 : $\sqrt{2}$, значить відношення катета до гіпотенузи теж буде $\sqrt{2}$: 2. Отже, синус одного з гострих кутів дорівнює $\frac{\sqrt{2}}{2}$, значить кут дорівнює 45°. **Відповідь: 45° і 45°.**

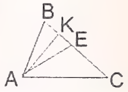
134. АЕ : ЕС = 30 : 40 = 3 : 4 = АВ : ВС. Звідси ВС = $\frac{3}{4}$ АВ. Тоді (за теоремою Піфагора) $AB^2 - (\frac{3}{4}AB)^2 = (30+40)^2$, $AB = 40\sqrt{7}$ см, ВС = 3 · $40\sqrt{7}$: 45 = $30\sqrt{7}$ см. **Відповідь: $30\sqrt{7}$ см і $40\sqrt{7}$ см.**



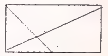
135. ВЕ : ЕС = 8 : 15, ЕС – ВЕ = 14 см (за умовою). Звідси 8 : 15 = ВЕ : (ВЕ + 14), ВЕ = 16 см, ЕС = 16 + 14 = 30 см. АВ : АС = 8 : 15, АВ = $\frac{8}{15}$ АС, **ВС = 46 см**. За теоремою Піфагора $AC^2 - (\frac{8}{15}AC)^2 = 46^2$, **АС = $30\sqrt{\frac{23}{7}}$ см, АВ = $16\sqrt{\frac{23}{7}}$ см.**



136. $AB = \sqrt{8^2+6^2} = 10$ см, $AC = \sqrt{8^2+15^2} = 17$ см. АЕ – бісектриса, АВ : ВЕ = АС : ЕС. Тоді, $BE = \frac{10}{17}EC$, за теоремою Піфагора $EC + \frac{10}{17}EC = 21$, **$EC = 13\frac{2}{9}$ см, $BE = 7\frac{7}{9}$ см.**

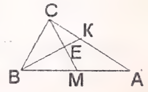


137. Діагональ прямокутника розбиває його на два рівних прямокутних трикутника, значить сторони прямокутника відносяться як 7 : 24, АВ = $\frac{7}{24}$ ВС. Тоді ВС – $\frac{7}{24}$ ВС= 34, ВС = 48 см, АВ = 48 – 34 = 14 см. **Відповідь: 14 см і 48 см.**

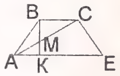


138. ВК – бісектриса, значить АВ : ВС = АК : КС = 13 : 5, АВ = $= \frac{13}{5}BC$. За теоремою Піфагора $(\frac{13}{5}BC)^2 - BC^2 = 36^2$; ВС = 15 см, тоді АВ = 39 см. ВМ = АВ : 2 = 19,5 см. $CM = \frac{1}{2}\sqrt{2\cdot15^2+2\cdot36^2-39^2} =$ = 19,5 см. ВМ : ЕМ = ВС : (СМ – ЕМ), ЕМ = $8\frac{11}{23}$ см, СЕ = $\frac{39}{2} - \frac{195}{23} = 11\frac{1}{46}$ см.

Відповідь: $8\frac{11}{23}$ см і $11\frac{1}{46}$ см.



139. ΔАМК і ΔВСМ – подібні (за двома кутами). Звідси ВС : АК = =ВМ : МК = 4 : 5. Трапеція рівнобічна, АК = $\frac{AE-BC}{2}$. Звідси, $\frac{BC}{\frac{AE-BC}{2}} = \frac{4}{5}$; $\frac{BC}{AE} = \frac{2}{7}$.**Відповідь: $\frac{2}{7}$.**



315. Третя сторона: $\frac{y}{15} = \frac{6}{5}$; $y = 18$ см (властивість бісектриси). Побудуємо висоту з тієї ж вершини, що і бісектрису. Аналогічно попередній задачі, $18^2 - (11-x)^2 = 15^2 - x^2$; $x = 1$ см. Висота: $h = \sqrt{15^2 - 1^2} = 4\sqrt{14}$ см. $S = \frac{1}{2}\cdot11\cdot4\sqrt{14} = 22\sqrt{14}$ см². **Відповідь: $22\sqrt{14}$ см².**

316. Висота трикутника побудована до найбільшої сторони є найменшою. Аналогічно задачі №314, $7^2 - (9-x)^2 = 8^2 - x^2$; $x = \frac{16}{3}$ см. Тоді висота буде $h = \sqrt{8^2 - (\frac{16}{3})^2} = \frac{4}{3}\sqrt{20}$ см. **Відповідь: $\frac{4}{3}\sqrt{20}$ см.**

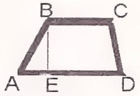
317. Кола попарно дотикаються, отже сторони трикутника дорівнюватимуть 26 см, 28 см і 30 см. Далі рішення аналогічне задачі №314. **S = 336 см².**

318. Радіус вписаного кола можна обчислити за формулою $r = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)(p-c)}{p}}$, де p – полу периметр. $p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{15+26+37}{2} = 39$ см, $r = 4$ см. Тоді, шукані площі: $\frac{1}{2}\cdot15\cdot4 = 30$ см², 52 см², 74 см². **Відповідь: 30 см², 54 см², 74 см².**

319. $S = \frac{8+11}{2}\cdot4 = 38$ см². **Відповідь: 38 см².**

320. Позначимо невідому основі через x, тоді $\frac{15+x}{2}\cdot9 = 168$; $x = \frac{67}{3}$ см.

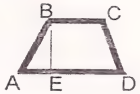
Відповідь: $\frac{67}{3}$ см.



321. Позначимо одну з основ трапеції через x, тоді інша – 5x. $\frac{x+5x}{2}4 = 24$, x = 2 см. **Відповідь: основи трапеції дорівнюють 2 см і 10 см.**

322. ∠ АВС = 120° (за умовою), значить ∠ АВЕ = 30°. Тоді ВЕ = АВcos ∠ АВЕ = $4\sqrt{3}$ см. $S = \frac{6+12}{2}\cdot4\sqrt{3} = 36\sqrt{3}$ см².

Відповідь: $36\sqrt{3}$ см².

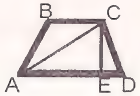


323. а) Висота трапеції дорівнює $AB\sin45° = 4\sqrt{2}$ см, менша основа - $BC = 16 - 4\sqrt{2} - \sqrt{6^2 - (4\sqrt{2})^2} = 14 - 4\sqrt{2}$ см. $S = \frac{14-4\sqrt{2}+16}{2}\cdot4\sqrt{2} = 60\sqrt{2} - 16$ **см²**;

б) висота дорівнює АВ = 8sin30° = 4 см, менша сторона: $BC = 6\sqrt{3} - 8\cos30° = 2\sqrt{3}$ см. $S = \frac{2\sqrt{3}+6\sqrt{3}}{2}\cdot4 = 16\sqrt{3}$ см². **Відповідь: а) $60\sqrt{2} - 16$ см²; б) $16\sqrt{3}$ см².**

324. Трапеція рівнобічна, отже АЕ = ВС + $\frac{AD-BC}{2}$ = 18 см. Тоді $CE = \sqrt{45^2 - 18^2} = 9\sqrt{21}$ см. $S = \frac{9+27}{2}\cdot9\sqrt{21} = 162\sqrt{21}$ см².

Відповідь: $162\sqrt{21}$ см².

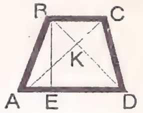


325. У задачнику допущено помилку, слід читати: менша основа трапеції дорівнює 9 см, інакше задача не має смислу.

∠ АВЕ = 135 – 90 = 45°, значить ВЕ = АЕ = 8cos45°=$4\sqrt{2}$ см. Трапеція рівнобічна, отже $AD = BC + 2AE = 9 + 8\sqrt{2}$ см. $S = \frac{9+9+8\sqrt{2}}{2}\cdot4\sqrt{2} = 36\sqrt{2} + 32$ см².

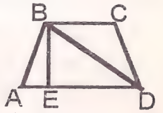
Відповідь: $36\sqrt{2}+32$ см^2.

326. Трапеція рівнобічна, отже ΔBCK і ΔAKD – рівнобедрені, значить $\angle KBC = \angle KAD = 45°$. Тоді $BK = BC\sin45° = 7\sqrt{2}$ см, $AK = AD\sin45° = 9\sqrt{2}$ см, $ED = 18 - \frac{18-14}{2} = 16$ см, $BD = 16\sqrt{2}$ см,



$BE = \sqrt{(16\sqrt{2})^2 - 16^2} = 16$ см. $S = \frac{14+18}{2}\cdot 16 = 256$ см^2. **Відповідь: 256 см^2.**

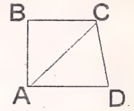
327. $\angle CAB = \angle ACB$ (внутрішні навхрест лежачі, AC – бісектриса), значить ΔABC – рівнобедрений, AB = BC = 10 см.



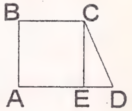
$AE = \frac{AD-BC}{2} = 1$ см, $BE = \sqrt{10^2 - 1^2} = 3\sqrt{11}$ см.

$S = \frac{10+12}{2}\cdot 3\sqrt{11} = 33\sqrt{11}$ см^2. **Відповідь: $33\sqrt{11}$ см^2.**

328. Більша основа дорівнює 28 + 9 = 37 см. ΔABC – рівнобедрений і прямокутний (AC – бісектриса), значить AB = BC = 28 см. $S = \frac{28+37}{2}\cdot 28 = 910$ см^2. **Відповідь: 910 см^2.**

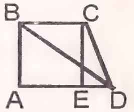


329. $\angle CDE = 60°$, значить $\angle ECD = 30°$. Катет проти кута 30° вдвічі менший за гіпотенузу, ED = 12 : 2 = 6 см, тоді менша основа – BC = 14 – 6 = 8 см. $CE = CD\sin60° = 6\sqrt{3}$ см.

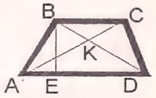


$S = \frac{8+14}{2}\cdot 6\sqrt{3} = 66\sqrt{3}$ см. **Відповідь: $66\sqrt{3}$ см.**

330. ED = 10 см (за умовою), CD = CE + 2. Тоді $(CE+2)^2 - CE^2 = 10^2$, $CE = AB = 24$ см. $AD = \sqrt{30^2 - 24^2} = 18$ см, $BC = 18 - 10 = 8$ см. $S = \frac{8+18}{2}\cdot 24 = 312$ см^2. **Відповідь: 312 см^2.**

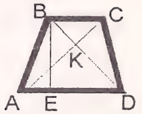


331. $\angle DAB = \angle ADC = 60°$, $\angle ADB = \angle CDB = 30°$ (за умовою). Позначимо бічну сторону через x. $\angle DBC = 30°$ (внутрішні навхрест лежачі кути), значить ΔBCD – рівнобедрений, BC = CD = x. Тоді, $AE = \frac{x}{2}$, відповідно AD = 2x.



Звідси, x + x + x + 2x = 50, x = 10 см; $BE = AB\sin60° = 5\sqrt{3}$ см. $S = \frac{10+20}{2}\cdot 5\sqrt{3} = 75\sqrt{3}$ см^2. **Відповідь: $75\sqrt{3}$ см^2.**

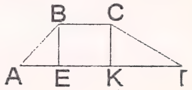
332. Трапеція рівнобічна, отже ΔBCK і ΔAKD – рівнобедрені, значить $\angle KBC = \angle KAD = 45°$; $\angle EBD = 90 - 45 = 45°$, отже ΔEBD також рівнобедрений, BE = ED = 6 см, $BD = 6\sqrt{2}$ см. Площа чотирикутника дорівнює половині добутку діагоналей на синус кута між ними, $S = \frac{1}{2}(6\sqrt{2})^2\sin90° = 36$ см^2.



Відповідь: 36 см^2.

333. BE = AE, KD = CK : tg30° = $AE\sqrt{3}$. AE + KD = 2 (за умовою), $AE + AE\sqrt{3} = 2$, $AE = \sqrt{3} - 1$ см.

$S = \frac{6+8}{2}(\sqrt{3}-1) = 7\sqrt{3} - 7$ см^2. **Відповідь: $7\sqrt{3} - 7$ см^2.**



$BD = \frac{a\ \sin(\alpha+\beta)}{\sin\alpha}$, $BC = \frac{a\sin\beta}{\sin\alpha}$. $\frac{AC}{\sin(90-\varphi)} = \frac{BC}{\sin\varphi}$; $AC = \frac{a\frac{\sin\beta}{\sin\alpha}\cos\varphi}{\sin\varphi}$.

$\angle ACD = 360 - (180 - \alpha - \beta) - 90 = 90 + \alpha + \beta$. За теоремою косинусів:

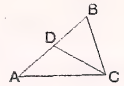
$$BD = a\sqrt{(\frac{\sin\beta}{\sin\alpha}ctgj)^2 + 1 + 2\cdot\frac{\sin^2(\alpha+\beta)}{\sin\alpha}}$$

118. Позначимо одні з сторін через x, тоді інша сторона буде x + 2.

$\frac{BC}{\sin\angle A} = \frac{AC}{\sin\angle B}$; $\frac{x}{\sin150°} = \frac{x+2}{\sin45°}$; $\frac{x}{x+2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $x = 2(1+\sqrt{2})$.

Відповідь: $2(1+\sqrt{2})$, $2(2+\sqrt{2})$.

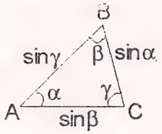
119. Подовжимо бісектрису CM за точку M на відрізок BD = CD.



$\frac{AD}{\sin\angle\frac{C}{2}} = \frac{DC}{\sin\angle A}$, $DC = \frac{AD\sin\angle A}{\sin\angle\frac{C}{2}}$; $\frac{BD}{\sin\angle\frac{C}{2}} = \frac{DC}{\sin\angle B}$, $DC = \frac{BD\sin\angle B}{\sin\angle\frac{C}{2}}$.

Тоді $DC^2 = \frac{AD\cdot BD\sin\angle A\sin\angle B}{\sin^2\frac{C}{2}}$

120. $\frac{AB}{\sin\gamma} = \frac{BC}{\sin\beta} = \frac{AC}{\sin\alpha}$, отже трикутники із сторонами AB, BC, AC і $\sin\alpha$, $\sin\beta$, $\sin\gamma$ - подібні. У подібних трикутників кути рівні, значить такий трикутник скласти можна.



121. Проти більшої сторони лежить більший кут, отже $\angle A > \angle C > \angle B$.

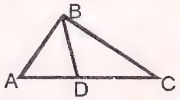
122. $\angle A = 180 - 56 - 35 = 89°$ Проти більшого кута лежить більша сторона, отже BC > AC > AB.

123. Проти більшої сторони лежить більший кут, отже кут A, у будь якому випадку, має бути найбільшим. (180 – 58) : 2 = 61° > 58°. **Відповідь: ні.**

124. 1) $5^2 + 8^2 < 10^2$ (тупокутний); 2) $9^2 + 10^2 > 12^2$ (гострокутний); 3) $7^2 + 24^2 = 25^2$ (прямокутний).

125. Відкладемо на подовжені сторони AB від точки B відрізок BE = AM, тоді AM = AB. З ΔECM: $\angle ACM > \angle CAM$. Проти меншого кута лежить менша сторона. Отже AB > CM.

126. $\frac{AD}{\sin\angle\frac{B}{2}} = \frac{BD}{\sin\angle A}$; $\frac{CD}{\sin\angle\frac{B}{2}} = \frac{BD}{\sin\angle C}$, тоді $AD\sin\angle A = CD\sin\angle C$,



$\frac{AD}{CD} = \frac{\sin\angle C}{\sin\angle A}$. За умовою AD < CD, значить $\sin\angle A > \sin\angle C$.

Синус тим більший, чим більший кут, отже $\angle A > \angle C$. .

127. При даних умовах задачі $\angle P$ може бути більшим за $\angle B$.

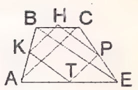
128. CD – висота, значить ΔACD і BCD – прямокутні. $\angle A = 90 - \angle ACD$; $\angle B = 90 - \angle BCD$; проти меншого кута лежить менша сторона, AD < BD, значить $\angle ACD < \angle BCD$. Отже, $\angle A > \angle B$.

129. $\frac{AC}{\sin\angle B} = \frac{BC}{\sin\angle A}$ (теорема синусів); $\sin\angle B = \frac{BC\sin\angle C}{AC} = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\angle$ **B = 45°.**

130. $\frac{AC}{\sin\angle B} = \frac{BC}{\sin\angle A}$; $\sin\angle A = \frac{BC\sin\angle B}{AC} = \frac{\sqrt{2}}{2}$; **Відповідь: $\angle$ B = 45° або 135°.**

131. Бісектриса ділить протилежну сторону на відрізки пропорційні прилеглим

107. Сторони чотирикутника KHPT є середніми лініями трикутників ABC, BCE, ACE і ABE, значить KH = PT = AC:2 і KT = HP = = BE:2. Тоді $KP^2 + TH^2 = 2(KH^2 + KT^2) = 2(\frac{1}{4}AC^2 + \frac{1}{4}BE^2) =$



$= \frac{1}{2}(AC^2+BE^2)$. Припустимо, діагоналі перпендикулярні, тоді KHPT – квадрат, отже TH = KP. Звідси $4KP^2 = AC^2+BE^2$, значить, якщо сума квадратів діагоналей трапеції в 4 рази більша за квадрат середньої лінії, то діагоналі трапеції перпендикулярні.

108. $\frac{AB}{\sin\angle C}=\frac{AC}{\sin\angle B}$ (теорема синусів), $AC=\frac{7\sqrt{2}\cdot\sin\angle 120}{\sin\angle 45}=7\sqrt{3}$ см.

109. $\angle A = 180 - 75 - 60 = 45°$. $\frac{AB}{\sin\angle C}=\frac{BC}{\sin\angle A}$, $BC=\frac{9\sqrt{3}\cdot\sin\angle 45}{\sin\angle 60}=9\sqrt{2}$ см.

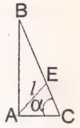
110. $\frac{AC}{\sin\angle B}=\frac{BC}{\sin\angle A}$, $\sin\angle B=\frac{8\cdot\frac{3}{5}}{15}=\frac{24}{75}<1$. **Відповідь: так.**

111. $\angle C=180-(\alpha+\beta)$; $\sin(180-(\alpha+\beta))=\sin(\alpha+\beta)$.

$\frac{AB}{\sin\angle C}=\frac{AC}{\sin\angle B}=\frac{BC}{\sin\angle A}$; $\mathbf{AB=\frac{b\cdot\sin(\alpha+\beta)}{\sin\beta}}$; $\mathbf{BC=\frac{b\cdot\sin\alpha}{\sin\beta}}$.

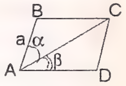
112. $AC=a\sin\alpha$. $AB=\frac{AC}{\sin\angle D}=\frac{DC}{\sin\angle CAD}$; $\angle D=180-\beta-\varphi$, $\mathbf{DC=\frac{a\sin\alpha\cdot\sin(\beta+\varphi)}{\sin\beta}}$

113. $\angle B=90-\alpha$, $\sin\angle B=\cos\alpha$. $CE=\frac{l\sin45°}{\sin\alpha}=\frac{l\sqrt{2}}{2\sin\alpha}$;



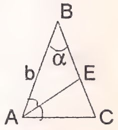
$BE=\frac{l\sin45°}{\cos\alpha}=\frac{l\sqrt{2}}{2\cos\alpha}$; $\mathbf{AB=\frac{l\sin(45+\alpha)}{\cos\alpha}}$; $\mathbf{AC=\frac{l\sin(135-\alpha)}{\sin\alpha}}$.

114. $\angle ACB = \beta$, $\angle ACD = \alpha$, $\angle B=180-\beta-\alpha$.



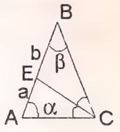
$\frac{AC}{\sin\angle B}=\frac{BC}{\sin\alpha}=\frac{AB}{\sin\beta}$; $\mathbf{AC=\frac{a\cdot\sin(\beta+\alpha)}{\sin\beta}}$; $\mathbf{BC=\frac{a\cdot\sin\alpha}{\sin\beta}}$.;

115. $\angle A=\angle C=90-\frac{\alpha}{2}$, $\angle AEB = 180-(90-\frac{\alpha}{2})\cdot 2-\alpha=135-\frac{3}{4}\alpha$,



$\frac{AE}{\sin\angle B}=\frac{AB}{\sin\angle AEB}$; $\mathbf{AE=\frac{b\cdot\sin\alpha}{\sin(135-\frac{3}{4}\alpha)}}$.

116. $\angle C= 180-\alpha-\beta$, $\angle BCE=\angle ACE= 90-\frac{\alpha}{2}-\frac{\beta}{2}$, $\angle AEC=90-\frac{3}{2}\alpha-\frac{\beta}{2}$,



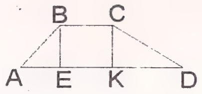
$\frac{AC}{\sin\angle B}=\frac{AB}{\sin\angle C}=\frac{BC}{\sin\angle A}$; $\mathbf{AC=\frac{(a+b)\cdot\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}}$. $\mathbf{BC=\frac{(a+b)\cdot\sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}}$.

$\frac{CE}{\sin\angle A}=\frac{AE}{\sin\angle ACE}$; $\mathbf{CE=\frac{a\cdot\sin\alpha}{\cos(\frac{\alpha}{2}+\frac{\beta}{2})}}$.

117. $\angle BCD=180-\alpha-\beta$; $\sin\angle BCD=\sin(\alpha+\beta)$. $\frac{BD}{\sin(\alpha+\beta)}=\frac{CD}{\sin\alpha}=\frac{BC}{\sin\beta}$;

334. Позначимо меншу основу трапеції через x. Тоді $\frac{x+(x+4)}{2}\cdot4=56$; x = 12 см, більша основа: 12 + 4 = 16 см. **Відповідь: 16 см.**

335. Припустимо, AB = 13 см, BC = 15 см, CD = 15 см, AD = 29 см. AE = 14 – KD, $13^2-AE^2=15^2-(14-AE)^2$;



AE = 5 см. Звідси, $BE=\sqrt{13^2-5^2}=12$ см. $S=\frac{15+29}{2}\cdot12=$ $=264$ см². **Відповідь: 264 см².**

336. Центр вписаного кола лежить на перетині бісектрис кутів трапеції, отже ΔAPO = ΔAOM, ΔPBO = ΔBEO, ΔEOC = =ΔCOK, ΔKOD = ΔODM (за другою ознакою). Звідси, AB = CD = 12 + 3 = 15 см, BC = 3 + 3 = 6 см, AD = 24 см.

$EM=\sqrt{15^2-(\frac{24-6}{2})^2}=12$ см. $S=\frac{6+24}{2}\cdot12=180$ см².

Відповідь: 180 см².

337. ∠DAB = 30°, тоді AB = 2BK = 4r = 16 см, BK = 2r = 8 см. $AK=AB\cos30°=8\sqrt{3}$ см. Припустимо, BP = x, AP = 16 – x і AM = AP (задача №336). Тоді $16-x=8\sqrt{3}+x$, $x=8-4\sqrt{3}$ см.

$BC=16-8\sqrt{3}$ см, $AD=16-8\sqrt{3}+2\cdot8\sqrt{3}=16+8\sqrt{3}$ см

$S=\frac{(16-8\sqrt{3})+(16+8\sqrt{3})}{2}\cdot8=128$ см². **Відповідь: 128 см².**

338. AK = 21 – HD (за умовою), через висоту знайдемо AK. $13^2-AK^2=20^2-(21-AK)^2$; AK = 5 см, HD = 16 см. 13 – BE = BE + 5, BE = 8 см; 20 – EC = EC + 16, EC = 2 см. Тоді BC = 8 + 2 = 10 см, AD = 5 + 10 + 16 = 31 см;

$BK=\sqrt{13^2-5^2}=12$ см. $S=\frac{10+31}{2}\cdot12=246$ см². **Відповідь: 246 см².**

339. Припустимо, BP = BE = 4 см, AP = AM = 9 см через x (мал. до задачі №338), тоді $BK=\sqrt{13^2-5^2}=12$ см. EC + EC + MD + MD=66–4–13–9; $MD=20-EC$. З ΔCDH, $(MD+CE)^2-(MD-CE)^2=12^2$; $MD\cdot EC=36$, підставимо в отримане рівняння значення MD – $MD(20-MD)=36$; MD = 16 см, EC = 4 см. Звідси, BC = 4 + 4 = 8 см, AD = 9 + 16 = 25 см. $S=\frac{8+25}{2}\cdot12=198$ см²

Відповідь: 198 см².

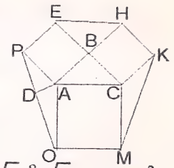
340. Центр описаного навколо трапеції кола лежить на більшій її основі, тобто BO = 2 см. OD = BC (за умовою), ΔBCD – рівнобедрений (BD – бісектриса ∠ADC), BC = = CD = OD, значить ΔOCD – рівнобедрений, DK – бісектриса, а значить і висота, отже діагоналі OBCD – перпендикулярні, це ромб. Звідси, AB = BC = CD = OD = 2 см, AD = 4 см, $AE=\frac{4-2}{2}=1$ см.

$BE=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$ см. $S=\frac{4+2}{2}\cdot\sqrt{3}=3\sqrt{3}$ см². **Відповідь: $3\sqrt{3}$ см².**

341. Площа чотирикутника дорівнює половині добутку між його діагоналями

на синус кута між ними $S=\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 8\cdot \sin 30°=8$ см^2. **Відповідь: 8 см^2.**

342. Знайдемо площі фігур з яких складається шестикутник.



$S_{APEB}=S_{BHKC}=S_{ABC}+S_{EHB}=4^2=16$ см^2; $AC=\frac{AB}{\sin 45°}=$

$=4\sqrt{2}$ см, $S_{ACMO}=(4\sqrt{2})^2=32$ см^2. $\angle PAO=90+45=135°$,

$PO=\sqrt{4^2+(4\sqrt{2})^2-2\cdot 4\cdot 4\sqrt{2}\cos 135°}=4\sqrt{5}$ см.

$4^2-PD^2=(4\sqrt{2})^2-(4\sqrt{5}-PD)^2$; $PD=\frac{8}{5}\sqrt{5}$ см. $S_{PAO}=\frac{1}{2}\cdot 4\sqrt{5}\cdot\frac{8}{5}\sqrt{5}=16$ см^2.

$S_{EHKMOP}=16\cdot 3+32+16\cdot 2=112$ см^2. **Відповідь: 112 см^2.**

343. $S=\frac{3}{2}\sqrt{3}a^2$. Більша діагональ розбиває правильний шестикутник на дві рівні трапеції у яких основи дорівнюють a та 2a (кут при більшій основі трапеції дорівнює 60°), значить діагональ d = 2a. Тоді $S=\frac{3}{2}\sqrt{3}(\frac{d}{2})^2=\frac{3}{8}\sqrt{3}$**d** .

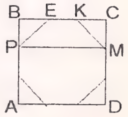
344. $a=R\cdot 2\sin\frac{180}{n}=8\sin 15°$, $p=\frac{a\cdot n}{2}=48\sin 15°$ см – полупериметр,

$r=\frac{8\sin 15°}{2\operatorname{tg}15°}=4\cos 15°$. $S=48\sin 15°\cdot 4\cos 15°=48$ см^2. **Відповідь: 48 см^2.**

345. $S_\triangle=\frac{1}{4}\sqrt{3}a^2$; $S_\square=a^2$; $S_{шест}=\frac{3}{2}\sqrt{3}a^2$. $\frac{S_\triangle}{S_\square}=\frac{\frac{1}{4}\sqrt{3}a^2}{a^2}=\frac{1}{4}\sqrt{3}$;

$\frac{S_\triangle}{S_{шест}}=\frac{\frac{1}{4}\sqrt{3}a^2}{\frac{3}{2}\sqrt{3}a^2}=\frac{1}{6}$; $\frac{S_\square}{S_{шест}}=\frac{a^2}{\frac{3}{2}\sqrt{3}a^2}=\frac{2}{9}\sqrt{3}$.

346. PE = EK = KM (за умовою), тоді $BE=\frac{EK\sqrt{2}}{2}$. Звідси,



$EK+EK\sqrt{2}=1$; $EK=\sqrt{2}-1$ см. $p=\frac{a\cdot n}{2}=4(\sqrt{2}-1)$ см.

$r=\frac{a}{2\operatorname{tg}\frac{180}{n}}=\frac{\sqrt{2}-1}{2(\sqrt{2}-1)}=\frac{1}{2}$ см. $S=\frac{1}{2}4(\sqrt{2}-1)=2(\sqrt{2}-1)$ см^2.

Відповідь: $2(\sqrt{2}-1)$ см^2.

347. $r_\bigcirc=R_{шест}$. Тоді, $r=\frac{4}{2\sqrt{3}}=\frac{2}{3}\sqrt{3}$ см, $a=R=r_\bigcirc=\frac{2}{3}\sqrt{3}$ см. Звідси знайдемо

радіус вписаного у шестикутник кола $r=\frac{\frac{2}{3}\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}{2}=1$ см. $p=\frac{6\cdot\frac{2}{3}\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$ см,

$S=2\sqrt{3}\cdot 1=2\sqrt{3}$ см^2. **Відповідь: $2\sqrt{3}$ см^2.**

348. В опуклому многокутнику добуток площ навхрест лежачих трикутників, утворених діагоналями чотирикутника, рівний. $S_{AMB}\cdot S_{CMD}=S_{BMC}\cdot S_{AMD}$, тоді $S_{AMD}=\frac{6\cdot 8}{4}=12$ см^2. **Відповідь: 12 см^2.**

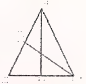
349. $p=\frac{3+5+8+10}{2}=13$ см. Площа чотирикутника, навколо якого можна описати коло, знаходиться за формулою: $S=\sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$.

$S=\sqrt{(13-3)(13-5)(13-8)(13-10)}=20\sqrt{3}$ см^2. **Відповідь: $20\sqrt{3}$ см^2.**

350. $S(F')=k^2S(F'')$; $k=\frac{5}{7}$; $\frac{S(F')}{S(F'')}=(\frac{5}{7})^2=\frac{25}{49}$. **Відповідь: $\frac{25}{49}$.**

Тоді $AC=BD=\sqrt{10^2+5^2-2\cdot 10\cdot 5\cdot\frac{3}{5}}=\sqrt{65}$ см. **Відповідь: $\sqrt{65}$ см.**

97. З $\triangle ABK$: $AC=2b\cos\alpha$, $AE=BE=\frac{b}{2}$. За теоремою косинусів:



$EC^2=(2b\cos\alpha)^2+(\frac{b}{2})^2-2\cdot 2b\cos\alpha\cdot\frac{b}{2}\cdot\cos\alpha=2b^2\cos^2\alpha+\frac{b^2}{4}$;

$EC=\frac{b}{2}\sqrt{8\cos^2\alpha+1}$. **Відповідь: $\frac{b}{2}\sqrt{8\cos^2\alpha+1}$.**

98. Припустимо, $\angle B=\alpha$, тоді протилежний кут – $180-\alpha$, $\cos(180-\alpha)=-\cos\alpha$.

AC – діагональ, $AC^2=AB^2+a^2-2AB\cdot a\cdot\cos\alpha$, $AC^2=AD^2+a^2+2AD\cdot a\cdot\cos\alpha$

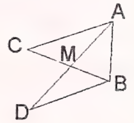
Порівняємо праві частини рівнянь: $AB^2+a^2-2AB\cdot a\cdot\cos\alpha=AD^2+a^2+2AD\cdot a\cdot\cos\alpha$,

$AB-AD=2a\cos\alpha$. **Відповідь: $2a\cos\alpha$.**

99. За теоремою косинусів, $b^2=a^2+c^2-2ac\cos\alpha$. Підставимо замість лівої частини рівняння праву частину даного рівняння: $a^2+c^2+ac\sqrt{2}=a^2+c^2-2ac\cos\alpha$,

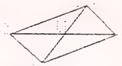
$\cos\alpha=-\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\alpha=135°$.

100. На подовжені медіани AM відкладемо відрізок MD, рівний AM. Маємо, AC = BD = 10 см (за побудовою, ABDC – паралелограм). $\angle ABD=180-45=135°$.



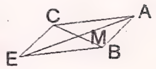
$AD^2=10^2+7^2-2\cdot 10\cdot 7\cdot(-\frac{\sqrt{2}}{2})=149+70\sqrt{2}$ (за теоремою косинусів); $AD=\sqrt{149+70\sqrt{2}}$ см. **Відповідь: $\frac{\sqrt{149+70\sqrt{2}}}{2}$ см.**

101. Введемо коефіцієнт пропорційності x, тоді діагоналі дорівнюватимуть x і 7x. Звідси, $x^2+(7x)^2=2(9^2+12^2)$, $100x^2=225$, $x=7{,}5$.**Відповідь: 7,5 см і 52,5 см.**

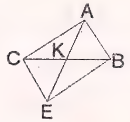


102. Позначимо меншу сторону паралелограма через x, тоді більша сторона буде x + 2. Звідси, $2^2+6^2=2(x^2+(x+2)^2)$, $x^2+2x-8=0$, x = 2 см.
Відповідь: 2 см і 4 см.

103. На подовжені медіани AM відкладемо відрізок ME, рівний AM. З'єднаємо отриману точку E з вершинами C і B трикутника, отримаємо паралелограм. Тоді $14^2+AE^2=2(13^2+15^2)$, $AE=2\sqrt{53}$ см. **Відповідь: медіана дорівнює $\sqrt{53}$ см.**

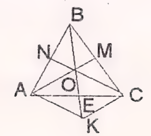


104. На подовжені медіани AK відкладемо відрізок KE = AK. AE = = 2 AK (за побудовою), $AB=\frac{7}{12}BC$. Тоді $28^2+BC^2=2(22^2+\frac{49}{144}BC^2)$, BC = 24 см, AB = 14 см. **Відповідь: 24 см і 14 см.**



105. Рішення аналогічне попередній задачі. $10^2+(2\cdot 8)^2=2(x^2+x^2)$, $x=\sqrt{89}$ см.
Відповідь: $\sqrt{89}$ см.

106. Медіани трикутника перетинаються і точкою перетину діляться у відношенні 2 : 1, тобто AO = 4 см, $CO=6\frac{2}{3}$ см. На подовжені BM відкладемо відрізок EK = EO. $\angle BOC=120°$, тоді $\angle COK=60°$.



$4^2=OK^2+(6\frac{2}{3})^2-2OK\cdot 6\frac{2}{3}\cos 60°$, рівняння не має рішення, отже трикутника з такими параметрами не існує.

відповідний вписаному $\angle ACD, \angle AOD = 360 - 2 \cdot (130 - 40) = 180°$. ΔACD - прямокутний, отже центр описаного кола лежить на більшій основі трапеції.

87. 1) $AB^2 = (4\sqrt{2})^2 + 5^2 - 2 \cdot (4\sqrt{2}) \cdot 5\cos 45° = 17$, $AB = \sqrt{17}$ см;

2) $AB^2 = 8^2 + 11^2 - 2 \cdot 8 \cdot 11\cos 120° = 273$, $AB = \sqrt{273}$ см.

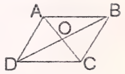
88. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$; $\cos\alpha = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$; $\cos\alpha = \frac{10^2+15^2-9^2}{2\cdot 10\cdot 15} = \frac{61}{75}$;

$\cos\beta = \frac{9^2+15^2-10^2}{2\cdot 9\cdot 15} = \frac{103}{135}$; $\cos\gamma = \frac{9^2+10^2-15^2}{2\cdot 9\cdot 10} = -\frac{11}{45}$.

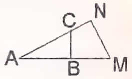
89. $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ (за основною тригонометричною тотожністю). Звідси $\cos\alpha = \pm\sqrt{1-(\frac{9}{15})^2} = \pm\frac{4}{5}$. 1) $a^2 = 5^2 + 8^2 - 2\cdot 5\cdot 8\cdot(-\frac{4}{5}) = 153$, $a = \sqrt{153}$ см;

2) $a^2 = 5^2 + 8^2 - 2\cdot 5\cdot 8\cdot\frac{4}{5} = 25$, $a = 5$ см. **Відповідь: 5 см або $\sqrt{153}$ см.**

90. $\angle ABC = 45°$ (за умовою), $\angle BCD = 135°$ відповідно. Тоді за теоремою косинусів $AC^2 = 7^2 + (6\sqrt{2})^2 - 2\cdot 7\cdot (6\sqrt{2})\cos 45° = 37$, $AC = \sqrt{37}$ см; $BD^2 = 7^2 + (6\sqrt{2})^2 - 2\cdot 7\cdot (6\sqrt{2})\cos 135° = 205$, $BD = \sqrt{205}$ см. **Відповідь: $\sqrt{37}$ см, $\sqrt{205}$ см.**



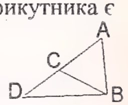
91. Тоді $\cos\angle A = \frac{AB^2+AC^2-BC^2}{2AB\cdot AC}$, $\cos\angle A = \frac{AN^2+AM^2-MN^2}{2AN\cdot AM}$,



$AB = \sqrt{25^2 - 7^2} = 24$ см. $\frac{24^2+25^2-7^2}{2\cdot 24\cdot 25} = \frac{(25+5)^2+(24+3)^2-MN^2}{2(25+5)\cdot(24+3)}$;

$MN = \frac{3}{5}\sqrt{205}$ см. **Відповідь: $\frac{3}{5}\sqrt{205}$ см.**

92. $AC = BC = AB = 3$ см (за умовою). Медіана рівностороннього трикутника є бісектрисою і висотою і дорівнює $3\frac{\sqrt{3}}{2}$ см, $\angle BCD = 120°$, тоді



$BD^2 = 3^2 + (\frac{3\sqrt{3}}{2})^2 - 2\cdot 3\cdot\frac{3\sqrt{3}}{2}\cos 120° = \frac{9}{4}(7+2\sqrt{3})$, $BD = \frac{3}{2}\sqrt{7+2\sqrt{3}}$ **см.**

93. Позначимо меншу із невідомих сторін через x. Тоді, за теоремою косинусів: $79 = x^2 + (x+4)^2 - 2x(x+4)\cos 120°$; $4x^2 + 16x - 63 = 0$; $x = 2 + \frac{\sqrt{79}}{2}$ см. Більша сторона дорівнює $x + 4 = 6 + \frac{\sqrt{79}}{2}$ см. $P_\Delta = 2+\frac{\sqrt{79}}{2}+6+\frac{\sqrt{79}}{2}+\sqrt{79} = 8+2\sqrt{79}$ см.

Відповідь: $8 + 2\sqrt{79}$ см.

94. Введемо коефіцієнт пропорційності x. Тоді, за теоремою косинусів: $30^2 = (3\sqrt{2}x)^2 + (7x)^2 - 2\cdot 3\sqrt{2}x\cdot 7x\cos 45°$; $x = 6$. Отже, $a = 3\sqrt{2}\cdot 6 = 18\sqrt{2}$ см, $b = 7\cdot 6 = 42$ см. **Відповідь: $18\sqrt{2}$ см і 42 см.**

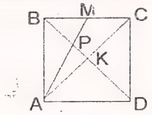
95. Позначимо невідому сторону через x. Тоді, за теоремою косинусів: $76 = x^2 + 6^2 - 2x\cdot 6\cdot\cos 120°$; $x^2 + 6x - 70 = 0$, $x = 2\sqrt{79}$ см.

Відповідь: $2\sqrt{79}$ см.

96. Опустимо з вершини B трапеції висоту на більшу основу і отримаємо точку E. Трапеція рівнобічна, значить $AE = (AD - BC) : 2 = 3$ см. $\cos\angle A = \frac{AE}{AB} = \frac{3}{5}$.

351. Позначимо сторону одного і діагональ іншого квадратів через a, а сторону другого – b. Тоді $b = a\sin 45° = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. $\frac{S(F')}{S(F'')} = (\frac{a}{\frac{a\sqrt{2}}{2}})^2 = 2$. **Відповідь: 2.**

352. Середня лінія поділяє трикутник на трикутник і трапецію, у яких висоти рівні. Позначимо середню лінію – a. $S_\Delta = \frac{1}{2}ah$; $S_{тр} = \frac{a+2a}{2}h = \frac{3}{2}ah$. $\frac{S_\Delta}{S_{тр}} = (\frac{\frac{1}{2}ah}{\frac{3}{2}ah})^2 = \frac{1}{9}$. **Відповідь:** $\frac{1}{9}$.



353. $\frac{S'_\square}{S''_\square} = k^2 = \frac{2}{5}$; $S_\square = a^2$, де a – сторона квадрата. Тоді $\frac{a'^2}{a''^2} = \frac{2}{5}$;

$a' = \sqrt{\frac{2}{5}\cdot 8^2} = 8\sqrt{\frac{2}{5}}$ см. **Відповідь: $8\sqrt{\frac{2}{5}}$ см.**

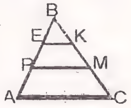
354. $\frac{P'}{P''} = k = \frac{3}{8}$; $k^2 = \frac{9}{64}$; $S'' = S' + 385$ (за умовою). $\frac{S'}{S'+385} = \frac{9}{64}$; $S' = 63$ см^2, $S'' = 63 + 385 = 448$ см^2. **Відповідь: 63 см^2 і 448 см^2.**

355. Пряма паралельна основі трикутника поділяє його на трикутник і трапецію рівної площі, шуканий відрізок (a) – менша основа трапеції. $S'_\Delta = \frac{1}{2}ah_\Delta$;

$S_\Delta = 2S'_\Delta = \frac{1}{2}\cdot 6\cdot h = 3h$, h – висота даного трикутника, $h = h_{тр} + h_\Delta$. Трикутники подібні, значить їх відповідні лінійні розміри відносяться однаково. $\frac{S_\Delta}{S'_\Delta} = k^2 = 2$; $k = \sqrt{2}$, значить $h = \sqrt{2}h_\Delta$, $h_{тр} = h_\Delta(\sqrt{2}-1)$.

$\frac{S_\Delta}{S_{тр}} = \frac{\frac{1}{2}ah_\Delta}{\frac{a+6}{2}h_\Delta(\sqrt{2}-1)} = 1$; $a = 3\sqrt{2}$ см. **Відповідь: $2\sqrt{3}$ см.**

356. Рішення аналогічне попередній задачі. $\frac{S_{EBK}}{S_{PBM}} = \frac{9}{49}$; $k = \frac{3}{7}$.



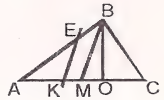
$h_{PEKM} = h_{PBM} - h_{EBK}$; $h_{EBK} = \frac{3}{7}h_{PBM}$; $h_{PEKM} = \frac{4}{7}h_{PBM}$.

$S_{EBK} = \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{7}PM\cdot\frac{3}{7}h_{PBM} = \frac{9}{98}PM\cdot h_{PBM}$. $S_{PEKM} = \frac{PM+\frac{3}{7}PM}{2}\cdot\frac{4}{7}h_{PBM} = \frac{20}{49}PM\cdot h_{PBM}$.

$AC = \frac{12}{7}PM$, $h_{APMC} = h_{ABC} - h_{PBM} = \frac{5}{7}h_{PBM}$. $S_{APMC} = \frac{95}{98}PM\cdot h_{PBM}$.

$S_{EBK} : S_{PEKM} : S_{APMC} = 9 : 40 : 95$. **Відповідь: 9 : 40 : 95.**

357. ABC – прямокутний, значить M – центр описаного кола. Тоді $AM = MC = BM = 6$ см. $S_{ABC} = \frac{1}{2}AC\cdot BO$, $S_{MBC} = \frac{1}{2}MC\cdot BO$,



$S_{ABM} = S_{MBC} = \frac{1}{2}AM\cdot BO$. $\frac{h_{AEK}}{h_{ABM}} = \frac{EK}{6}$; $h_{AEK} = \frac{EK}{6}h_{ABM}$;

$h_{KEBM} = (1-\frac{EK}{6})h_{ABM}$. $\frac{S_{AEK}}{S_{KEBM}+S_{MBC}} = \frac{1}{5}$; $\frac{\frac{1}{2}EK\frac{EK}{6}h_{ABM}}{\frac{EK+6}{2}(1-\frac{EK}{6})h_{ABM}+\frac{1}{2}\cdot 6\cdot h_{ABM}} = \frac{1}{5}$; $EK = 2\sqrt{3}$ см.

Відповідь: $2\sqrt{3}$ см.

358. Розглянемо ΔABC, він рівнобедрений, AM і BK – медіани. Звідси,

$\frac{AP}{MP}=\frac{2}{1}$, $\frac{BP}{PK}=\frac{2}{1}$ (властивість медіани трикутника). ΔBMP і ΔAKD – подібні.

Отже, $k=2$, $k^2=4$; $\frac{S_{APD}}{S_{BMP}}=4$, $S_{APD}=4S_{BMP}=24$ см^2. **Відповідь: 24 см^2.**

359. Задача зворотна до задачі №357.

360. $\frac{S_{AED}}{S_{BEC}}=k^2=(\frac{7}{5})^2$; $S_{BEC}=\frac{25}{49}\cdot 98=50$ см^2. $S_{ABCD}=48$ см^2. **Відповідь: 48 см^2.**

361. 1) $S=\pi r^2=9\pi$ **см^2**; 2) $S=\pi\cdot\pi^2=\pi^3$ **см^2**; 3) $S=\pi(\frac{2}{\sqrt{\pi}})^2=4$ **см^2**.

362. $r=\sqrt{\frac{S}{\pi}}=\sqrt{\frac{4}{\pi}}\approx 1{,}1$ см. **Відповідь: 1,1 см.**

363. $S=\pi r^2$; $S_1=\pi\frac{r^2}{9}$. $\frac{S_1}{S}=\frac{\pi\frac{r^2}{9}}{\pi r^2}=\frac{1}{9}$. **Відповідь: зменшилась у 9 разів.**

364. $r=\frac{l}{2\pi}=\frac{8\pi}{2\pi}=4$ см. $S=\pi r^2=16\pi$ см^2. **Відповідь: 16π см^2.**

365. $r_1=\frac{l}{2\pi}=\frac{8\pi}{2\pi}=4$ см, $r_2=\frac{12\pi}{2\pi}=6$ см. $\frac{S_1}{S_2}=\frac{4^2\pi}{6^2\pi}=\frac{4}{9}$. **Відповідь: $\frac{4}{9}$.**

366. $S=\frac{1}{2}a\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}a$; $a=\sqrt{\frac{4\cdot 9\sqrt{3}}{\sqrt{3}}}=6$ см (a – сторона трикутника). $R=\frac{abc}{4S}=\frac{6^3}{4\cdot 9\sqrt{3}}=$

$=2\sqrt{3}$ см. $S_{\bigcirc}=\pi R^2=12\pi$ см^2. **Відповідь: 12π см^2.**

367. Для правильного шестикутника: $R=a$, $r=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Тоді $\frac{S_R}{S_r}=\frac{\pi a^2}{\pi(\frac{a\sqrt{3}}{2})^2}=\frac{4}{3}$.

368. $S=\pi(R^2-r^2)=\pi(36-16)=20\pi$ см^2. **Відповідь: 20π см^2.**

369. 1) $S=\frac{\pi R^2}{360}\alpha=\frac{\pi 5^2}{360}\cdot 20=\frac{25}{18}\pi$ **см^2**; 2) $S=\frac{\pi 5^2}{360}\cdot 150=\frac{125}{12}\pi$ **см^2**; 3) $S=\frac{\pi 5^2}{360}\cdot 240=\frac{50}{3}\pi$ **см^2**.

370. $S_{\bigcirc}=\pi R^2$. 1) $S=\frac{\pi R^2}{360}\cdot 40=\frac{\pi R^2}{9}$; $\frac{S}{S_{\bigcirc}}=\frac{\frac{\pi R^2}{9}}{\pi R^2}=\frac{1}{9}$. 2) $S=\frac{\pi R^2}{360}\cdot 105=\frac{7\pi R^2}{24}$;

$\frac{S}{S_{\bigcirc}}=\frac{\frac{7\pi R^2}{24}}{\pi R^2}=\frac{7}{24}$; 3) $S=\frac{\pi R^2}{360}\cdot 330=\frac{11\pi R^2}{12}$; $\frac{S}{S_{\bigcirc}}=\frac{\frac{11\pi R^2}{12}}{\pi R^2}=\frac{11}{12}$.

371. $\frac{S}{S_{\bigcirc}}=\frac{3}{8}$; $\frac{\frac{\pi R^2}{360}\alpha}{\pi R^2}=\frac{3}{8}$; $\alpha=\frac{3}{8}\cdot 360=135°$. **Відповідь: 135°.**

372. $S=\frac{\pi R^2}{360}\alpha$; $R=\sqrt{\frac{360S}{\alpha\pi}}=\sqrt{\frac{360\cdot 8{,}5}{108\pi}}=\sqrt{\frac{85}{3\pi}}\approx 3$ см. **Відповідь: 3 см.**

373. $S=\frac{\pi R^2}{360}\alpha\pm S_{\Delta}$. 1) $S_{\Delta}=\frac{1}{2}ah_a=\frac{1}{2}a\cdot a\cdot\sin 30°=25$ см^2, $S=\frac{\pi 10^2}{360}30-25\approx$ **1,2 см^2**;

2) $S_{\Delta}=\frac{1}{2}\cdot 10^2\cdot\sin 135°=25\sqrt{2}$ см^2, $S=\frac{\pi 10^2}{360}135-25\sqrt{2}=\frac{25(3\pi-2\sqrt{2})}{2}\approx$ **82,5 см^2**;

3) $S_{\Delta}=\frac{1}{2}\cdot 10^2\cdot\sin(360-210)°=25$ см^2, $S=\frac{\pi 10^2}{360}210+25\approx$ **208,2 см^2**.

374. 1) $h_{\Delta}=\frac{a}{2\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}}=\frac{4(1+\sqrt{2})}{2}=2(\sqrt{2}+1)$ см; $R^2=2^2+(2(\sqrt{2}-1))^2=16+8\sqrt{2}$ см^2.

72. Для нашого випадка: $AM\cdot MB=MD\cdot MC$, отже $6MB=72$, $MB=12$ см, $AB=6+12=18$ см. **Відповідь: 12 см.**

73. AB – діаметр. $PB=11+7=18$ см, $CD=18$ см (за умовою). Позначимо відрізок CP через x, тоді $DP=18-x$. Звідси, $4\cdot 18=x(18-x)$, $x=6$ см; $DM=18-6=12$ см.

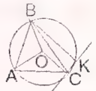
Відповідь: точка P ділить хорду CD на відрізки 6 см і 12 см.

74. AO і BO – радіуси, значить ΔABO – рівнобедрений. Тоді $\angle OBA=$ $=\angle OAB=(180-46):2=67°$. $\angle OEa=90°$ (кут між радіусом і дотичною). Отже, $\angle ABa=90-67=23°$. **Відповідь: 23°, 157°.**

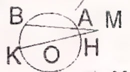
75. Введемо коефіцієнт пропорційності x, тоді $BN=5x$, $AN=13x$. ΔAOB і ΔBON – подібні (за гострим кутом), звідси $BN:BO=$ $=BO:AB$, $BO=\sqrt{BN\cdot AB}=3\sqrt{10}x$. За визначенням косинуса: $\cos\angle OBN=\frac{BN}{BO}=\frac{5x}{3\sqrt{10}x}=\frac{\sqrt{10}}{6}$, $\angle OBN=58°$.

ΔBMN – рівнобедрений, значить $\angle BMN=\angle BNM=(180-2\cdot 58):2=32°$. **Відповідь: 32°, 32° і 116°.**

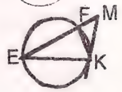
76. $OC\perp CK$ (кут між радіусом і дотичною), тоді $\angle OCB=\angle CBK=25°$. ΔOBC – рівнобедрений ($OC=OB=R$), $\angle COB$ – центральний до $\angle CAB$, значить $\angle BAC=(180-2\cdot 25):2=65°$. **Відповідь: 65°.**



77. $AM\cdot BM=MH\cdot MK$, $MH=MO-R$, $MK=MO+R$. Звідси маємо: $MA\cdot MB=(MO-R)(MO+R)=MO^2-R^2$.



78. ΔMKF і ΔMKE – подібні. Тоді $KM:ME=MF:KM$, $MF=KM^2:ME=5^2:12=2\frac{1}{12}$ см. **Відповідь: $MF=2\frac{1}{12}$ см.**



79. ΔMKE і ΔMKA – подібні. Тоді $MK:MA=MA:ME$, $MK=12-KE$, $MA=\frac{2}{3}KE$ (за умовою), $12(12-KE)=\frac{4}{9}KE^2$, $KE=9$ см. Тоді $MA=6$ см. **Відповідь: MA = 6 см.**

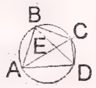
80. Сума протилежних кутів вписаного чотирикутника дорівнює 180°. **Відповідь: 1) так, 2) ні.**

81. $\angle A=180-38=142°$, $\angle B=180-134=66°$. **Відповідь: $\angle A=142°$, $\angle B=66°$.**

82. Протилежні кути вписаного чотирикутника в сумі складають 180°. Тоді:
1) $4x+13x=9x+8x$, $17x=17x$. **Відповідь: так;**
2) $6x+10x=8x+7x$, $16x\neq 15x$. **Відповідь: ні.**

83. Протилежні кути вписаного чотирикутника в сумі складають 180°. Тоді $4x+11x=180$, $x=12°$. **Відповідь: 48°, 96°, 132° і 84°.**

84. ΔBCE і ΔAED – подібні, значить $\angle EBC=35°$. AC – діаметр кола, значить ΔABC – прямокутний, $\angle B=90°$. Звідси $\angle ABE=$ $=90-35=55°$, $\angle BAC=180-(180-64)-55=9°$. **Відповідь: 9°.**



85. $AM\cdot AC=AN\cdot AB$, звідси $AM:AB=AN:AC$. Сторони трикутників ABC і AMN відносяться однаково, отже ці трикутники подібні. Звідси $AM=\frac{4}{12}10=$ $=3\frac{1}{3}$ см, $AN=\frac{4}{12}9=3$ см **Відповідь: $AM=3\frac{1}{3}$**, $AN=3$ **см.**

86. $\angle BEC=180-80=100°$; трапеція рівнобічна, значить ΔBEC - рівнобедрений, $\angle ECB=(180-100):2=40°$. Тоді $\angle BAC=$ $=180-130-40=10°$. $\angle BOD$ – центральний, відповідний вписаному $\angle BCD$, $\angle BOD=360-2\cdot 130=100°$. $\angle AOD$ – центральний,

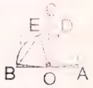
центральні, значить ΔABC – прямокутний. Тоді $\angle BCA = (180 - 140) : 2 = 20°$, $\angle ABC = 90 - 20 = 70°$.

Відповідь: 90°, 20° і 70°.

62. $\angle AOB$ – центральний і дорівнює 180°, значить ΔAMB – прямокутний, $\angle AMB = 90°$. $\angle BMN = \angle AMN - \angle AMB = 20°$. **Відповідь: $\angle BMN = 20°$.**

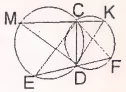
63. $\angle AOC = 50 \cdot 2 = 100°$ (центральний до $\angle ADC$). $\angle BOC = 20 \cdot 2 = 40°$ (центральний до $\angle BKC$). $\angle BOA = 100 - 40 = 60°$, $AO = BO = R$, значить ΔABO – рівносторонній. Отже $\angle BAD = 60°$. **Відповідь: 60°.**

64. $\angle B = 62°$ (за умовою), $\angle A = (180 - 62) : 2 = 59°$. $AO = DO = EO = BO$ (як радіуси кола), значить ΔBEO і ΔODA – рівнобедрені і рівні. Звідси, $\angle BOE = 180 - 2 \cdot 62 = 56°$; $\angle EOD = 180 - 56 - 62 = 62°$.
Відповідь: 62°, 56°, 62°.

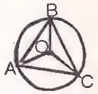


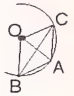
65. ΔPAE і ΔHEC – подібні (прямокутні, $\angle CEH$ і $\angle AEP$ – вертикальні). У подібних трикутників кути рівні, отже $\angle MCB = \angle BAK$, ці кути вписані. $\angle MCB$ і $\angle MFB$ спираються на хорду MB, $\angle BAK$ і $\angle BFK$ спираються на хорду BK, отже $\angle MCB = \angle MFB = \angle BAK = \angle BFK$.

66. Якщо вписані у дане коло кути спираються на одну і ту саму хорду, то такі кути рівні. Отже $\angle CMD = \angle CED$ і $\angle CKD = \angle$. Значить ΔECF і ΔMDK – подібні, а у подібних трикутників кути рівні. $\angle ECF = \angle MDK$.



67. ΔABC – рівнобедрений. Тоді: 1) BC – основа. $\angle BAC = \angle BOC : 2 = 32 : 2 = 16°$, отже $\angle ABC = \angle ACB = (180 - 16) : 2 = 82°$;
2) BC – бічна сторона. $\angle BAC = \angle ABC = \angle BOC : 2 = 32 : 2 = 16°$. $\angle ACB = 180 - 16 \cdot 2 = 148°$;
3) усі вершини лежать по один бік від діаметра. $\angle BAC = (360 - 32) : 2 = 164°$ ($\angle BOC$ – центральний відповідно $\angle BAC$). $\angle ACB = \angle ABC = (180 - 164) : 2 = 8°$.

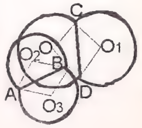




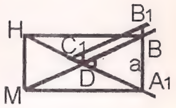
Відповідь: 1) BC – основа: 82°, 82° і 16°; 2) BC – бічна сторона: 16°, 16° і 142°; 3) вершини по один бік від діаметра: 8°, 8° і 164°.

68. Геометричним місцем точок – середин усіх хорд, які проходять через дану внутрішню точку кола є коло, центр якого знаходиться на середині відрізка, який з'єднує центр даного кола із даною точкою.

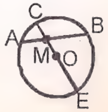
69. Побудуємо два кола з центрами O і O_1 такі, що $\angle COD = \angle CO_1D = 2\beta$ і два кола з центрами O_2 і O_3 такі, що $\angle AO_2B = \angle AO_3B = 2\alpha$. Точки перетину цих пар кіл будуть шуканим геометричним місцем точок.



70. Проводимо пряму b. На ній беремо довільну точку C_1 і будуємо $\angle C_1 = \angle \alpha$. На сторонах кута відкладаємо відрізки $C_1A_1 = C_1B_1$. Сполучаємо точки A_1 і B_1. $\Delta A_1B_1C_1$ – рівнобедрений. На відрізку A_1B_1 відкладаємо $A_1B = a$. Проведемо $BD \parallel B_1C_1$. $\angle A_1DB = \angle A_1C_1B_1$ – як внутрішні односторонні при $C_1B_1 \parallel BD$ та січній C_1. Отже, $\angle A_1DB = \angle \alpha$. Точки A_1 і B – вершини потрібного паралелограма. Відкладемо на подовжені відрізків BD і A_1D відрізки HD і MD такі, що $BD = MD$ і $A_1D = HD$. Отримаємо ще дві вершини шуканого паралелограма.



71. $CM = 2R - R - MO = R - MO$, $CM \cdot ME = AM \cdot MB$. Звідси, $AM \cdot MB = (R - MO)(R + MO) = R^2 - MO^2$.



$S = \frac{\pi(16+8\sqrt{2})}{360} \cdot 45 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2(\sqrt{2}+1) \approx$ **6 см²**; 2) $h_\Delta = \frac{a}{2\text{tg}\frac{\alpha}{2}} = 2\sqrt{3}$ см; $R^2 = 16$ см.

$S = \frac{\pi 16}{360} 300 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2\sqrt{3} \approx$ **45,3 см²**.

375. Може, якщо сегмент дорівнює половині кола.

376. а) $S_{ABCD} = 2 \cdot 6 = 12$ см², $S_{\bigcirc}^{A} = \frac{\pi 2^2}{360} 90 = \pi$ см², $S_{\bigcirc}^{O} = \frac{\pi 1^2}{360} 180 = \frac{\pi}{2}$ см².

$S = 12 - \pi - \frac{\pi}{2} \approx$ **7,3 см²**; б) $S_{O_1O_2O_3} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \sin 60° = 9\sqrt{3}$ см², $S_{O_1} = \frac{\pi 1^2}{360} 60 = \frac{\pi}{6}$ см²,

$S_{O_2} = \frac{\pi 2^2}{360} 60 = \frac{2\pi}{3}$ см², $S_{O_3} = \frac{\pi 3^2}{360} 60 = \frac{3\pi}{2}$ см², $S = 9\sqrt{3} - \frac{\pi}{6} - \frac{2\pi}{3} - \frac{3\pi}{2} =$ **8,3 см²**;

в) відстань між точками дотику дорівнює радіусам кіл, отже цей трикутник – рівносторонній зі стороною 2 см. $S_\Delta = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3}$ см². Дуга містить кут 60°, тоді $S_{сег} = \frac{\pi 2^2}{360} 60° - \sqrt{3} = \frac{2}{3}\pi - \sqrt{3}$ см². $S = \sqrt{3} - 3(\frac{2}{3}\pi - \sqrt{3}) =$ **$(4\sqrt{3} - 2\pi)$ см²**.

377. $h = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$ см, $S_\Delta = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 12 = 60$ см², $r = \frac{2S_\Delta}{a+b+c} = \frac{2 \cdot 60}{10+13 \cdot 2} = \frac{10}{3}$ см.

$S_{\bigcirc} = \pi(\frac{10}{3})^2 = \frac{100}{9}\pi$ см². **Відповідь: $\frac{100}{9}\pi$ см².**

378. $r = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = \sqrt{\frac{6\pi}{\pi}} = \sqrt{6}$ см, діаметр даного кола дорівнює висоті ромба. Тоді сторона ромба: $a = \frac{2r}{\cos 30°} = \frac{2\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 4\sqrt{2}$ см. $S = 2\sqrt{6} \cdot 4\sqrt{2} = 16\sqrt{3}$ см².

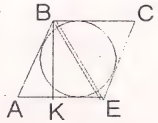
Відповідь: $16\sqrt{3}$ см².

379. Припустимо, a – дана хорда, $r_1 = \frac{a}{2}\sin\frac{60}{2} = \frac{a}{4}$; $r_2 = \frac{a}{2}\sin\frac{120}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$. Звідси,

$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\pi(\frac{a}{4})^2}{\pi(\frac{a\sqrt{3}}{4})^2} = \frac{1}{3}$. **Відповідь: 1 : 3.**

380. $R = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{4}{3}\sqrt{3}$ см, $r = \frac{a}{2\sqrt{3}} = \frac{4}{2\sqrt{3}} = \frac{2}{3}\sqrt{3}$ см. $S = \pi((\frac{4}{3}\sqrt{3})^2 - (\frac{2}{3}\sqrt{3})^2) = \frac{12}{3}\pi$ **см²**.

381. Побудуємо трикутник симетричний даному відносно його більшої сторони, отримаємо паралелограм. Знайдемо висоту паралелограма,
$13^2 - AK^2 = 15^2 - (14 - AK)^2$, $AK = 5$ см;
$BK = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$ см. $r = 6$ см. $S = \frac{1}{2}\pi r^2 = \frac{1}{2}\pi 6^2 = 18\pi$ см².

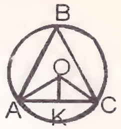


Відповідь: 18π см².

382. Побудова аналогічна попередній задачі, в наслідку отримаємо ромб зі стороною 6 см. $S_\Delta = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6\frac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$ см². Висота ромба дорівнює діаметру вписаного кола. $r = \frac{h}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ см. Площа півкола: $S = \frac{1}{2}\pi(\frac{3\sqrt{3}}{2})^2 = \frac{27}{8}\pi$ см².

$S = 9\sqrt{3} - \frac{27}{8}\pi \approx 5$ см². **Відповідь: 5 см².**

383. Побудуємо вписаний трикутник на даній хорді. Трикутник правильний, значить $\angle AOC = 360 - 2\cdot 60 = 240°$ (центральний кут). $AK = r\cdot\cos 30° = 2\sqrt{3}$ см, $OK = r\cdot\sin 30° = 2$ см. $S_{AOC} =$

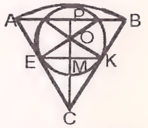


$= \frac{1}{2}\cdot 4\sqrt{3}\cdot 2\cdot\frac{1}{2} = 2\sqrt{3}$ см^2. $S = \frac{\pi 4^2}{360}240 + 2\sqrt{3} = \frac{32}{3}\pi + 2\sqrt{3} \approx 37$ см^2.

Відповідь: 37 см^2.

384. $\angle ACB = 60°$, значить ΔABO – рівносторонній. Тоді $\angle EOC = 180 - 90 - \frac{60}{2} = 60°$, $OC = \frac{EO}{\sin 30°} = 6$ см. $OM = OP$, $OP = OE\sin 30° = 1{,}5$ см, $MP = 1{,}5 \cdot 2 = 3$ см, $CP = 6 + 3 = 9$ см. $AC = R = \frac{CP}{\cos 30°} = 6\sqrt{3}$ см. $S = \frac{\pi(6\sqrt{3})^2}{360}\cdot 60 = 18$ см^2. **Відповідь: 18 см^2.**

385. $S_{\bigcirc} = \pi 2^2 = 4\pi$ см^2. Шукана площа дорівнює різниці площі круга та площі сегментів, які обмежуються цими хордами. Сегмент хорди на якій побудовано квадрат: $S_1 = \frac{\pi 2^2}{360}\cdot 90 - \frac{1}{2}\cdot(2\sin 45°\cdot 2)\cdot 2\cos 45° = \pi - 2$ см^2.



Сегмент хорди на якій побудовано шестикутник:

$S_2 = \frac{\pi 2^2}{360}\cdot 60 - \frac{1}{2}\cdot(2\sin 30°\cdot 2)\cdot 2\cos 30° = \frac{2}{3}\pi - \sqrt{3}$ см^2.

$S = S_{\bigcirc} - S_1 - S_2 = 4\pi - (\pi - 2) - (\frac{2}{3}\pi - \sqrt{3}) = \frac{7}{3}\pi + 2 + \sqrt{3} \approx 11$ см^2.

Відповідь: 11 см^2.

386. Ні. Вони мають безліч спільних точок, або не мають спільних точок взагалі.

387. Безліч. Всі вони матимуть спільну пряму, яка проходить через дані точки.

388. 1) **Так**; 2) **ні**.

389. Ні. Дві прямі перетинаються тільки коли лежать в одній площині. В нашому випадку це не так.

390. 1) **Так**; 2) **ні**.

391. Прямі a і c можуть лежати в одній площині, при цьому умова задачі виконується. **Відповідь: ні.**

392. Безліч. Всі прямі, які належать паралельній площині і проходять через A.

393. Так. Всі прямі, які не належать площинам, яким належить дана пряма.

394. Так. Площини, які проходять через схрещені прямі.

395. Ні.

396. Безліч. Всі площини, яким належить дана пряма.

397. 1) A_1D_1, B_1C_1, BC; 2) AB, AD, A_1D_1, A_1B_1; 3) AB, AD, A_1D_1, A_1B_1; 4) A_1D_1, A_1B_1, C_1D_1, C_1B_1; 5) A_1D_1, C_1B_1, AD, BC; 6) AA_1D_1, A_1BB_1, B_1CC_1, C_1DD_1.

398. $S = p'l + 2S_{осн.} = (4+4+4+4)\cdot 4 + 2\cdot(4+4) =$ **80 см^2**, $V = S'l = 4\cdot 4\cdot 4 =$ **64 см^3**.

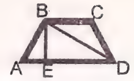
399. $S_{бічн.} = (4+3+4+3)\cdot 5 =$ **70 см^2**, $S = 70 + 2\cdot 4\cdot 3 =$ **94 см^2**, $V = 3\cdot 5\cdot 4 =$ **60 см^3**.

400. $S_{бічн.} = (6+8+6+8)\cdot 10 = 280$ см^2. Знайдемо висоту паралелограма,

$h = 6\sin 60° = 3\sqrt{3}$ см. $S_{осн.} = 8\cdot 3\sqrt{3} = 24\sqrt{3}$ см^2, $S = 280 + 48\sqrt{3}$ см.

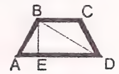
$V = 24\sqrt{3}\cdot 10 = 240\sqrt{3}$ см^3. **Відповідь: 280 см^2, $280 + 48\sqrt{3}$ см^2, $240\sqrt{3}$ см^3.**

401. $S_{бічн.} = (6+6+6)\cdot 5 =$ **90 см^2**, $S_{\Delta} = \frac{1}{2}\cdot 6\cdot 6\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$ **см^2**, $V = 9\sqrt{3}\cdot 5 = 45\sqrt{3}$ **см^3**.



$+ (AD - BC) : 2 = 16$ см (властивість рівнобічної трапеції), $AE = 4$ см. Тоді $BE : DE = AE : BE$, $BE = 8$ см. $AB : AD = AE : AB$, $AB = 4\sqrt{5}$ см. **Відповідь: висота дорівнює 3 см, бічна сторона – $4\sqrt{5}$ см.**

48. ΔABE, ΔABD і ΔBED – подібні (задача №47), $AD = AE + 10$, звідси $AB : (AE + 10) = AE : AB$, $AE = 8$ см. $AD = 8 + 10 = 18$ см.

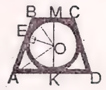


$BC = AD - 2AE = 2$ см, $BE = \sqrt{12^2 - 8^2} = 4\sqrt{5}$ см.

Відповідь: основи трапеції дорівнюють 2 см і 18 см, висота – $4\sqrt{5}$ см.

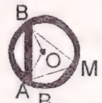
49. ΔABO – прямокутний, EO – його діагональ, $EB = 8$ см, $AE = 18$ см. ΔABO, ΔAEO і ΔEBO – подібні (мають спільні кути). Тоді $AE : AO = AO : AB$ і $BO : AB = BE : BO$. Звідси $AO = 6\sqrt{13}$ см і $BO = 4\sqrt{13}$ см. **Відповідь: діагоналі ромба дорівнюють $12\sqrt{13}$ см і $8\sqrt{13}$ см.**

50. ΔABO – прямокутний, EO – висота. Отже ΔABO, ΔAEO і ΔEBO – подібні (задача №49). Тоді $AE : AO = AO : AB$ і $BO : AB = BE : BO$. Звідси $AO = 10\sqrt{29}$ см і $BO = 4\sqrt{29}$ см. Звідси $EO = MO = KO = 20$ см. $\Delta OEB = \Delta OBM$ і $\Delta AEO = \Delta AOK$ (за першою ознакою). Тобто $BM = BE = 8$ см і $AK = AE = 50$ см. **Відповідь: основи трапеції – 16 см і 100 см, радіус – 20 см.**



51. 1) $38 : 2 = 19°$; 2) 71°; 3) 90°; 4) 113°; 5) $\gamma : 2$.

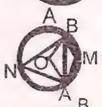
52. 1) $23 \cdot 2 = 46°$; 2) 152°; 3) 180°; 4) 334°; 5) 2γ.



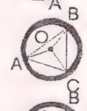
53. 1) Центральний кут дорівнює 152°, вписаний $\angle AMB = 152 : 2 = 76°$; 2) вписаний кут дорівнює 73°. $\angle AOB = 73 \cdot 2 = 146°$.

54. Вписаний кут дорівнює половині центрального кута. В нашому випадку центральний кут однаковий для обох кутів AMB і ANB, значить $\angle AMB = \angle ANB = 63°$. **Відповідь: $\angle ANB = 63°$.**

55. Для $\angle ANB$ центральний кут буде $82 \cdot 2 = 164°$. Відповідно, для $\angle AMB$ центральний кут складатиме $360 - 164 = 196°$. Отже $\angle AMB = 196 : 2 = 98°$. **Відповідь: $\angle AMB = 98°$.**



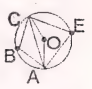
56. У даному трикутнику $\angle C$ – вписаний, $\angle AOB$ – відповідний йому центральний кут. Отже: 1) $\angle AOB = 54 \cdot 2 = 108°$; 2) $\angle AOB = 360 - 136 \cdot 2 = 88°$. **Відповідь: 1) 108°; 2) 88°.**



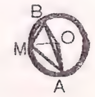
57. $\angle AOB = 62 \cdot 2 = 124°$ ($\angle AOB$ – центральний до вписаного $\angle C$), $\angle COB = 48 \cdot 2 = 96°$, $\angle AOC = (180 - 48 - 62) \cdot 2 = 140°$. **Відповідь: 124°; 96° і 140°.**

58. $\angle AOC = 100°$ (за умовою). $\angle ABC$ – вписаний, відповідний йому центральний – $\angle AOC$. Отже $\angle ABC = (360 - 100) : 2 = 130°$. Тоді $\angle ACB = \angle BAC = (180 - 130) : 2 = 25°$. **Відповідь: 25°, 25° і 130°.**

59. Хорда ділить коло 5 : 13, отже центральні кути до вписаних кутів AEC і ABC теж відносяться, як 5 : 13. Тоді $5x + 13x = 360$, $x = 10°$; $\angle AOC = 10 \cdot 10 = 100°$. Вписаний $\angle AEC = 100 : 2 = 50°$, відповідно $\angle ABC = 26 \cdot 10 : 2 = 130°$. **Відповідь: 50° і 130°.**



60. $\angle BMA = (360 - 260) : 2 = 50°$. Введемо коефіцієнт пропорційності x, тоді $\angle BOM = 7x$, $\angle AOM = 18x$. $\angle BMO = (180 - 7x) : 2 = 90 - 3{,}5x$, $\angle AMO = (180 - 18x) : 2 = 90 - 9x$. Звідси, $\angle ABO = 10 + 3{,}5x$. Отже, $180 - 2(90 - 3{,}5x) + 18x = 100$, $x = 4$. $\angle MBA = 76 - 24 = 52°$. **Відповідь: 52°.**



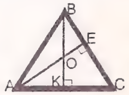
61. Введемо коефіцієнт пропорційності x і знайдемо градусні міри отриманих дуг, $2x + 9x + 7x = 360$, $x = 20°$. Звідси, $\angle AOB = 40°$, $\angle BOC = 180°$, $\angle COA = 140°$ –

39. AC = 10 см, BO = 7 см, (за умовою). ΔEBK і ΔABC – подібні. Тоді AC : EK = BO : BH, $EK = \frac{10}{7}BH$; BH = 7 – EP,

$EK = 10 - \frac{EP}{7}$. $\frac{4}{7} = \frac{\frac{10-EP}{7}}{EP}$; , EP = 14 см, EK = 8 см.

Відповідь: сторони прямокутника дорівнюють 8 см і 14 см.

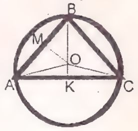
40. $\angle ABC = 180 - 2\angle BAC$, звідси $\angle ABK = 90 - \angle BAC$. $\angle EAB = 2\angle BAC - 90$, $\angle BAC = \angle EAC + \angle EAB \Rightarrow \angle EAC = 90 - \angle BAC$. Тобто $\angle EAC = \angle ABK$, ΔABK і ΔAEC – подібні. AC : AB = AE : BK = 1,2. Припустимо, бічна сторона дорівнює x см; тоді основа – 1,2x см. Отже, $x^2 - (0{,}6x)^2 = 40^2$. x = 50 см. **Відповідь: 50 см, 50 см і 60 см.**



41. У рівнобедреному трикутнику висота до основи є бісектрисою і медіаною, тоді $BK = \sqrt{AB^2 - AK^2} = 24$ см.

1) $\Delta AMO = \Delta AOK$ (за гіпотенузою і катетом), значить AM = = AK = 7 см, MB = 25 – 7 = 18 см. ΔBOM і ΔABK – подібні (за гострим кутом). Отже BO : AB = BM : BK, BO = 18,75 см. r = 5,25 см;

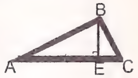
2) центр описаного навколо трикутника кола лежить на серединних перпендикулярах до його сторін. ΔABO – рівнобедрений (BO = AO, як радіуси). Тоді трикутники ABK і MBO – подібні (за гострим кутом), значить BO : AB = BM : BK, BO = $= 13\frac{1}{48}$ см. **Відповідь: 1) r = 5,25 см, 2) R = $13\frac{1}{48}$ см.**



42. З трикутників ABE і BCE, $AB^2 - AE^2 = BC^2 - EC^2$, $BC^2 = AB^2 - 544$. З ΔABC – $BC^2 = 1156 - AB^2$, $AB^2 = 850$. $\angle BAC$ і $\angle CBE$ – рівні, значить ΔABC, ΔABE і ΔBCE – подібні (за гострим кутом). Тоді AB : AC = BE : BC = BE : AB. Звідси, $AB^2 = 34BE$, BE = 25 см.

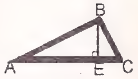
Відповідь: висота даного трикутника дорівнює 25 см.

43. Припустимо, BC = 12 см, тоді EC = 8 см. З попередньої задачі: ΔABC, ΔABE і ΔBCE – подібні, значить AC : BC = = BC : EC, AC = BC^2 : EC = 18 см. **Відповідь: гіпотенуза дорівнює 18 см.**



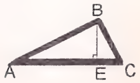
44. ΔABC, ΔABE і ΔBCE – подібні (за гострим кутом). Звідси, BC : AC = EC : BC, $BC^2 = 6 \cdot 30 = 180$, BC = $6\sqrt{5}$ см. Тоді

$AB = \sqrt{30^2 - (6\sqrt{5})^2} = 12\sqrt{5}$ см.



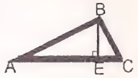
Відповідь: катети дорівнюють $6\sqrt{5}$ см і $12\sqrt{5}$ см.

45. Припустимо, BC = 6 см, тоді AE = 5 см; AC = 5 + EC. ΔABC, ΔABE і ΔBCE – подібні, значить AC : BC = BC : EC, $(5 + EC)EC = 6^2$, EC = 4 см. Отже AC =9 см і AB = $\sqrt{55}$ см.



Відповідь: гіпотенуза – 9 см, катет - $\sqrt{55}$ см.

46. $AC = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$ см. $\angle BAC$ і $\angle CBE$ – рівні, значить ΔABC, ΔABE і ΔBCE – подібні (за гострим кутом). Тоді AB : AC = BE : BC. Звідси, AB · BC = 13BE, BE = $4\frac{8}{13}$ см.



Відповідь: висота даного трикутника дорівнює $4\frac{8}{13}$ см.

47. ΔABE і ΔABD – подібні ($\angle BAE$ – спільний), ΔBED і ΔABD – подібні ($\angle BDE$ – спільний), значить ΔABE і ΔBED також подібні. ED = BC +

402. Другий катет трикутника буде $b = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$ см. $S_\Delta = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 = 24$ см², $V = 24 \cdot 5 = 120$ см³. $S_{бічн.} = (6 + 8 + 10) \cdot 5 = 120$ см². **Відповідь: 120 см² і 120 см³.**

403. Знайдемо площу трапеції: $h = \sqrt{5^2 - (\frac{12-6}{2})^2} = 4$ см, $S_{трап.} = \frac{6+12}{2} \cdot 4 = 36$ см². $S = (5 + 6 + 12 + 5) \cdot 4 + 2 \cdot 36 = 184$ см². $V = 36 \cdot 4 = 144$ см³. **Відп.: 184 см² і 144 см³.**

404. 1) ABCD; 2) S; 3) AS, BS, CS, DS; 4) ASB, BSC, CSD,ASD.

405. Усі грані піраміди рівні, значить апофема піраміди дорівнює висоті основи $a = 8\cos 60° = 4\sqrt{3}$ см. $S_{бічн.} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 8 \cdot 4\sqrt{3} = 48\sqrt{3}$ см², $S_{осн.} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 4\sqrt{3} = 16\sqrt{3}$ см²,

$S = 48\sqrt{3} + 16\sqrt{3} = 64\sqrt{3}$ см². **Відповідь: $64\sqrt{3}$ см².**

406. $S_{бічн.} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot 5 = 40$ см², $S_{осн.} = 4 \cdot 4 = 16$ см², $S = 40 + 16 =$ **56 см²**.

407. $\Delta ASB = \Delta BSC = \Delta CSD = \Delta ASD$ (за першою ознакою рівності трикутників), значить піраміда правильна. Тоді, AB = BC = CD = AD = $2 \cdot 6\sin\frac{45°}{2} \approx 4{,}6$ см;

апофема $a = 6\cos\frac{45°}{2} \approx 5{,}5$ см. $S_{бічн.} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4{,}6 \cdot 5{,}5 = 50{,}6$ см².

Відповідь: 50,6 см².

408. $V = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 =$ **16 см³**.

409. Піраміда правильна, значить ΔMKP – рівносторонній. $S_{осн.} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$ см²;

$V = \frac{1}{3} \cdot 9\sqrt{3} \cdot 4 = 12\sqrt{3}$ см³. **Відповідь: $12\sqrt{3}$ см³.**

410. Знайдемо висоту трикутника в основі піраміди $h = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$ см. $S_{осн.} = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 5 = 60$ см², $V = \frac{1}{3} \cdot 60 \cdot 5 = 100$ см³. **Відповідь: 100 см³.**

411. 1) OO_1; 2) AA_1; 3) OE; 4) O_1F.

412. $S = 2\pi \cdot 5 \cdot 4 + \pi \cdot 5^2 = 65\pi$ см², $V = \pi \cdot 5^2 \cdot 4 = 100\pi$ см³. **Відповідь: 65π см² і 100π см³.**

413. r = 6 см (за умовою). $S = 2\pi \cdot 6 \cdot 10 + \pi \cdot 6^2 = 156\pi$ см², $V = \pi 6^2 \cdot 10 = 360$ см³.

Відповідь: 156 π см² і 360 π см³.

414. 1) SO; 2) AS; 3) OB.

415. $S = \pi \cdot 15 \cdot 17 + \pi \cdot 15^2 = 480\pi$ **см²**; $h = \sqrt{17^2 - 15^2} = 8$ см, $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 15^2 \cdot 8 = 600\pi$ **см³**.

416. $l = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ см, $S = \pi \cdot 8 \cdot 10 + \pi \cdot 8^2 = 144\pi$ **см²**; $V = \frac{1}{3}\pi \cdot 8^2 \cdot 6 = 128\pi$ **см³**.

417. $V_1 = \frac{1}{3}\pi \cdot b^2 \cdot a$; $V_2 = \frac{1}{3}\pi \cdot a^2 \cdot b$; $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{3}\pi \cdot b^2 \cdot a}{\frac{1}{3}\pi \cdot a^2 \cdot b} = \frac{b}{a}$. **Відповідь: $\frac{b}{a}$.**

418. $S = 4\pi \cdot 6^2 = 144\pi$ см²; $V = \frac{4}{3}\pi \cdot 6^3 = 288\pi$ см³. **Відповідь: 144 π см² і 288 π см³.**

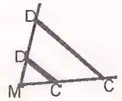
419. $S = 4\pi \cdot 4^2 = 64\pi$ см²; $V = \frac{4}{3}\pi \cdot 4^3 = \frac{256}{3}\pi$ см³. **Відповідь: 64 π см² і $\frac{256}{3}\pi$ см³.**

420. $\frac{S_2}{S_1} = \frac{4\pi(3r)^2}{4\pi r^2} = 9$; $\frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{4}{3}\pi(3r)^3}{\frac{4}{3}\pi r^3} = 27$.

Відповідь: площа збільшилась у 9 разів, об'єм – у 27 разів.

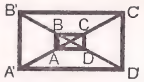
ТРЕНУВАЛЬНІ ВПРАВИ

Варіант 2

1. 

$D'C' = \frac{1}{2}DC = 2$ см.

2.

3. 

4.

5. $k = \frac{x_C}{x_F} = \frac{y_C}{y_F}$; k=3.

6. **Так**. Через відповідні кінці відрізків провести прямі, точка їх перетину – центр гомотетії.

7. При $k = 1$ перетворення подібності є рухом. **Відповідь: ні.**

8. а) $k = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{1}{2}$, AB = $\frac{1}{2} \cdot 10$ = **5 см**, AC = $\frac{1}{2} \cdot 12$ = **6 см**;

б) $k = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{2}{3}$, BC = $\frac{2}{3} \cdot 15$ = **10 см**, $A_1B_1 = 15 : \frac{2}{3}$ = **22,5 см**.

9. Сторони подібних трикутників відносяться однаково. Тоді:
1) P = 5k + 11k + 14k = 30k. 30k = 120, k = 4. **Відповідь: 20 см, 44 см, 56 см**;
2) 11k = 55, k = 5. **Відповідь: 25 см, 55 см, 70 см**;
3) 5k = 15, k = 3. **Відповідь: 15 см, 33 см, 42 см**;
4) 11k + 14k = 50, k = 2. **Відповідь: 10 см, 22 см, 28 см.**

10. Сторони подібних многокутників відносяться однаково. Отже, P = 6k + 5k + 4k + 7k +9k = 124 см, k = 4. **Відповідь: 24 см, 20 см, 16 см, 28 см, 36 см.**

11. Сторони подібних трикутників відносяться однаково. Отже, 12k = 48, k = 4. **Відповідь: 20 см, 36 см.**

12. Сторони подібних трикутників відносяться однаково. Введемо коефіцієнт пропорційності x. Тоді 8x + 8kx = 112, $k = \frac{14}{x} - 1$. Периметр трикутника дорівнює сумі його сторін. Отже, $k = \frac{P_1}{P} = \frac{3}{4}$; $\frac{14}{x} - 1 = \frac{3}{4}$, x = 8. **Відповідь: сторони першого Δ: 32 см, 64 см і 56 см; другого: 24 см, 48 см і 42 см.**

13. Якщо, два кута одного трикутника дорівнюють двом кутам іншого трикутника, то такі трикутники подібні.
а) ∠ DAF = ∠ MAN (як вертикальні), ∠ ADF = ∠ MNA (за умовою). Трикутники AMN і AFD – подібні;
б) ∠ BAN = ∠ BCD (за умовою), ∠ ABN = ∠ BKC – внутрішні навхрестлежачі. ΔABN і ΔBCK – подібні;
в) ∠ ADB = ∠ ABC (за умовою), ∠ BCA – спільний. ΔABC і ΔDBA – подібні.

14. У рівносторонніх трикутниках кути рівні. Отже, якщо кути трикутників рів-

$(12x)^2 + (35x)^2 = 1369^2$, x = 37. Отже катети другого трикутника будуть 444 см і 1295 см. Позначимо менший з відрізків на які висота ділить гіпотенузу через y. Тоді $444^2 - y^2 = 1295^2 - (1369 - y)^2$, y = 144 см. Звідси, висота дорівнювативме $\sqrt{444^2 - 144^2} = 420$ см. 420 = 420. **Відповідь: дані трикутники подібні.**

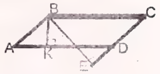
28. 1) $\frac{MK}{MN} = \frac{MA}{MF}$; 2) $\frac{MF}{MN} = \frac{MA}{MK} = \frac{AF}{KN}$; 3) $\frac{FA}{NK} = \frac{MA}{MK} = \frac{MF}{MN}$; 4) $\frac{MA}{FA} = \frac{MK}{KN}$.

29. Прямокутні трикутники подібні, якщо мають хоча б по одному рівному гострому куту. У паралелограма протилежні сторони паралельні, отже ∠ BCK = = ∠ CDF (навхрестлежачі). **Відповідь: дані трикутники подібні.**

30. BK = 10 см, AB = 12 см, BC = 16 см (за умовою), ∠ A = ∠ C (протилежні паралелограма). ΔABK і ΔBCE – прямокутні, а прямокутні трикутники, які мають хоча б по одному рівному гострому куту – подібні. Тоді BC : AB = BE : BK, BE = 16 · 10 : 12 = $\frac{40}{3}$ см.

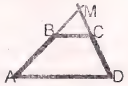
Відповідь: діагональ на меншу сторону паралелограма дорівнює $13\frac{1}{3}$ см.

31. ΔABK і ΔBCE – подібні (задача №30).
Тоді AB : BC = BK : BE, AB = $\frac{5}{6}$ BC. **Звідси P = 2AB + 2 BC,**
$2 \cdot \frac{5}{6}$ BC + 2BC = 44, BC = 12 см, AB = 10 см. **Відповідь: 12 см і 10 см.**

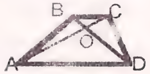


32. $\frac{BC}{AD} = \frac{LB}{LA}$ (задача №28). Отже AD = 4 · 12 : 5 = 9,6 см.
Відповідь: більша основа трапеції дорівнює 9,6 см.

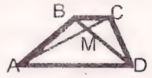
33. $\frac{CD}{CM} = \frac{AB}{BM}$ (задача №28). BM = $\frac{2}{3}$ AB. AB + $\frac{2}{3}$ AB = 20, AB = 12 см.
Відповідь: AB = 12 см.



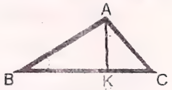
34. BD = 15 см, AC = 20 см, AD = 14 см, BC = 6 см (за умовою), ∠ ADB = ∠ DBC і ∠ CAD = ∠ ACB (внутрішні різносторонні), значить ΔBCO і ΔAOD – подібні. Тоді BC : AD = = BO : OD, BO = 15 – OD, OD = 10,5 см, AO = 14 см.
Відповідь: діагональ AC поділяється на: 4,5 см і 10,5 см, BD: 6 см і 14 см.



35. Трикутники BMC і AMD – подібні (задача №34). Тоді BM : MD = BC : AD, BC = 16 – AD, BM : MD = (16 – AD) : AD, AD = 12 см, BC = 16 – 12 = 4 см. **Відповідь: 4 см і 12 см.**



36. ∠ ABC = ∠ CAK (за умовою), ∠ C – спільний, значить ΔAKC і ΔABC – подібні (за двома кутами). Тоді AC : KC = = BC : AC; AC = 6 см. **Відповідь: AC = 6 см.**



37. Протилежні сторони паралелограма рівні і паралельні, значить MP = NC, MN = CP, ∠ BPM = ∠ BCA і ∠ PBM = ∠ CBA. ΔMBP і ΔABC – подібні (за двома кутами). Тобто MP : AC = BP : BC, MP = 10 · (12 – 3) : 12 = 7,5 см. **Відповідь: MP = 7,5 см.**

38. Ромб – паралелограм із рівними сторонами, значить CD = FK, DK = CF, ∠ BFK = ∠ KDA = ∠ ACB і ∠ ABC = ∠ AKD. ΔKFB, ΔABC і ΔAKD – подібні (за двома кутами). KF = AC – CD, Тоді (AC – 4) : AC = DK : BC, AC = $9\frac{1}{3}$ см. **Відповідь: AC = $9\frac{1}{3}$ см.**

кутники подібні. У подібних трикутників відношення сторін однакове. Введемо коефіцієнт пропорційності x. Тоді,

1) P = 2x + 5x + 5x, x = 12. **Відповідь: основа - 24 см, бічна - 60 см;**

2) а) основа більша за бічну сторону: P = 10x + 7x + 7x, x = 6;

б) бокова сторона більша за основу: P = 7x + 10x + 10x, $x = 5\frac{1}{3}$.

Відповідь: а) основа - 60 см, бічна - 42 см; б) $37\frac{1}{3}$ см і $53\frac{1}{3}$ см.

16. Якщо, кути при основі двох рівнобедрених трикутників рівні, то такі трикутники подібні. Бічна сторона першого трикутника: $\sqrt{12^2+5^2}=13$ см. Отже, основа і бічні сторони даного трикутника відносяться як 10:13. Тоді P = 10x + 13x + 13x, x = 2. **Відповідь: 26 см і 20 см.**

17. Два прямокутні трикутники подібні, якщо мають хоча б по одному рівному гострому куту. Отже, $P = 12x + 35x + \sqrt{(12x)^2+(35x)^2}$, x = 5. **Відповідь: 185 см.**

18. Сума кутів трикутника дорівнює 180°. Припустимо, один з кутів дорівнює x. Тоді x + x +35 + x – 35 = 180, x = 60°. Кути другого трикутника: 60°, 95° і 25°. Введемо коефіцієнт пропорційності y. Отже, 5y + 12y + 18y = 180°, $y = \frac{36}{7}$. Кути першого трикутника: $25\frac{5}{7}$°, $61\frac{5}{7}$° і $92\frac{4}{7}$°. **Відповідь: ні.**

19. Якщо дві сторони одного трикутника пропорційні двом сторонам другого трикутника і кути, утворені цими сторонами, рівні, то трикутники подібні. Отже, $\frac{14}{7}=\frac{10}{5}=2$, $\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$. **Відповідь: трикутники подібні.**

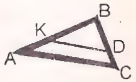
20. а) ∠ ABC = ∠ CAD (за умовою), ∠ C – спільний. Трикутники ABC і ABD – подібні за трьома кутами;

б) AO : OD = 2, CO : OF = 2, ∠ O - вертикальний. ΔDFO і ΔAOC подібні;

в) ΔAC_1O і ΔCA_1C – прямокутні, $\angle AOC_1 = \angle COA_1$ (як вертикальні), значить вони подібні. ΔA_1OC_1 і ΔAOC; ΔC_1BA_1 і ΔABC – попарно подібні (за трьома кутами).

21. $\angle B = \angle B_1$, $AB : A_1B_1 = 2{,}5$ і $BC : B_1C_1 = 2{,}5$ (за умовою). Тобто, дані трикутники подібні. У подібних трикутників відношення сторін однакове, значить $A_1C_1 = 2{,}5AC$. Отже 2,5AC – AC = 10,5, **A_1B_1 = 17,5 см, AC = 7 см**.

22. У подібних трикутників відношення сторін однакове, значить BK : AB = BD : BC. Перевіримо це, 16 : 24 = 12 : 18, 2 : 3 = 2 : 3.
Відповідь: трикутники ABC і DBK – подібні.



23. У подібних трикутників сторони пропорційні. Тоді $\frac{AB}{A_1B_1}=\frac{BC}{B_1C_1}=\frac{AC}{A_1C_1}$,

$\frac{6}{18}=\frac{7}{21}=\frac{8}{24}$, $\frac{1}{3}=\frac{1}{3}=\frac{1}{3}$. **Відповідь: дані трикутники подібні**.

24. $\frac{AB}{BD}=\frac{BD}{CD}=\frac{AD}{BC}$, $\frac{36}{18}=\frac{20}{10}=\frac{18}{9}$, 2 = 2 = 2. У подібних трикутників сторони пропорційні, отже трикутники ABD і BCD – подібні.

25. 1) $\frac{6}{30}=\frac{10}{50}=\frac{7}{35}$, $\frac{1}{5}=\frac{1}{5}=\frac{1}{5}$. **Так**, $k = \frac{1}{5}$; 2) $\frac{4}{12}=\frac{11}{22}=\frac{12}{26}$, $\frac{1}{3}\neq\frac{1}{2}\neq\frac{6}{13}$. **Ні**.

26. У подібних трикутників відношення сторін однакове. 24 : 32: 36 = 6 : 8 : 9.
Відповідь: трикутники подібні.

27. Припустимо, дані трикутники подібні, тоді катети другого трикутника відносяться як 12 : 35. Введемо коефіцієнт пропорційності x, тоді

ні, трикутники подібні.

15. Якщо, кути при вершині двох рівнобедрених трикутників рівні, то такі трикутники подібні. У подібних трикутників відношення сторін однакове. Введемо коефіцієнт пропорційності x. Тоді,

1) P = 4x + 9x + 9x, x = 5. **Відповідь: основа - 20 см, бічна - 45 см;**

2) а) основа більша за бічну сторону: P = 4x + 3x + 3x, x = 11;

б) бокова сторона більша за основу: P = 3x + 4x + 4x, x = 10.

Відповідь: а) основа - 44 см, бічна - 33 см; б) 30 см і 40 см.

16. Якщо, кути при основі двох рівнобедрених трикутників рівні, то такі трикутники подібні. Бічна сторона першого трикутника: $\sqrt{8^2+6^2}=10$ см. Отже, основа і бічні сторони даного трикутника відносяться як 5:8. Тоді P = 8x + 5x + 5x, x = 3. **Відповідь: 24 см і 15 см.**

17. Два прямокутні трикутники подібні, якщо мають хоча б по одному рівному гострому куту. Отже, $P = 7x + 24x + \sqrt{(7x)^2+(24x)^2}$, x = 3. **Відповідь: 75 см.**

18. Сума кутів трикутника дорівнює 180°. Припустимо, один з кутів дорівнює x. Тоді x + x +40 + x – 40 = 180, x = 60°. Кути другого трикутника: 60°, 100° і 20°. Введемо коефіцієнт пропорційності y. Отже, y + 3y + 5y = 180°, y = 20. Кути першого трикутника: 20°, 60° і 100°.
Відповідь: трикутники подібні.

19. Якщо дві сторони одного трикутника пропорційні двом сторонам другого трикутника і кути, утворені цими сторонами, рівні, то трикутники подібні. Отже, $\frac{12}{18}=\frac{9}{6}=\frac{3}{2}$, $\angle BAC = \angle B_1A_1C_1$. **Відповідь: трикутники подібні.**

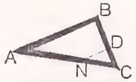
20. а) BC : AB = 16 : 8 = 2, AB : BD = 8 : 4 = 2, ∠ B – спільний. Трикутники ABC і ABD – подібні;

б) CD : BC = 4, KC : AC = 4, ∠ C - вертикальний. ΔABC і ΔCKD подібні;

в) припустимо, ∠ BCF = α. Тоді ∠ FBC = ∠ ABD = 90 – α (як вертикальні), ∠ DAB = 90 – (90 – α). Отже, ∠ BAD = ∠ FCB і ∠ ABD = ∠ CBF.
Відповідь: ΔABC і ΔABD – подібні.

21. $\angle C = \angle C_1$, $AC : A_1C_1 = 1{,}5$ і $BC : B_1C_1 = 1{,}5$ (за умовою). Тобто, дані трикутники подібні. У подібних трикутників відношення сторін однакове, значить $AB = 1{,}5A_1B_1$. Отже $1{,}5A_1B_1 - A_1B_1 = 3$, **A_1B_1 = 6 см, AB = 9 см**.

22. У подібних трикутників відношення сторін однакове, значить CD : BC = CN : AC. Перевіримо це, 7 : 42 = 9 : 54, 1 : 6 = 1 : 6.
Відповідь: трикутники ABC і CDN – подібні.



23. У подібних трикутників сторони пропорційні. Тоді $\frac{AB}{A_1B_1}=\frac{BC}{B_1C_1}=\frac{AC}{A_1C_1}$,

$\frac{12}{6}=\frac{16}{8}=\frac{24}{12}$, 2 = 2 = 2. **Відповідь: дані трикутники подібні**.

24. $\frac{AB}{MD}=\frac{BC}{AM}=\frac{AC}{AD}$, $\frac{6}{3}=\frac{8}{4}=\frac{4}{2}$, 2 = 2 = 2. У подібних трикутників сторони пропорційні, отже трикутники ABC і AMD – подібні.

25. 1) $\frac{9}{36}=\frac{10}{40}=\frac{14}{56}$, $\frac{1}{4}=\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$. **Так**, $k = \frac{1}{4}$; 2) $\frac{7}{22}=\frac{11}{33}=\frac{13}{39}$, $\frac{7}{22}\neq\frac{1}{3}=\frac{1}{3}$. **Ні**.

26. У подібних трикутників відношення сторін однакове. 27 : 33: 48 = 9 : 11 : 16.
Відповідь: трикутники подібні.

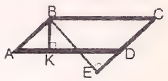
27. Припустимо, дані трикутники подібні, тоді катети другого трикутника також відносяться як 3 : 4. Введемо коефіцієнт пропорційності x, тоді

$(3x)^2 + (4x)^2 = 150^2$, $x = 30$. Отже катети другого трикутника будуть 90 см і 120 см. Позначимо менший з відрізків на які висота ділить гіпотенузу через у. Тоді $90^2 - y^2 = 120^2 - (150 - y)^2$, $y = 54$ см. Звідси, висота дорівнюватиме $\sqrt{90^2 - 54^2} = 72$ см. 72 = 72. **Відповідь: дані трикутники подібні.**

28. 1) $\frac{BC}{BA} = \frac{BD}{BK} = \frac{CD}{AK}$; 2) $\frac{AK}{CD} = \frac{AB}{BC} = \frac{BK}{BD}$; 3) $\frac{BC}{CD} = \frac{AB}{AK}$; 4) $\frac{AB}{BK} = \frac{BC}{BD}$.

29. Прямокутні трикутники подібні, якщо мають хоча б по одному рівному гострому куту. У паралелограма протилежні сторони паралельні, отже $\angle MAB = \angle CBN$. **Відповідь: дані трикутники подібні.**

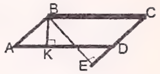
30. BE = 18 см, AB = 60 см, BK = 12 см (за умовою), $\angle A = \angle C$ (протилежні паралелограма). ΔABK і ΔBCE – прямокутні, а прямокутні трикутники, які мають хоча б по одному рівному гострому куту – подібні. Тоді BC : AB = BE : BK, BC = 18 · 60 : 12 = 90 см.



Відповідь: більша сторона паралелограма дорівнює 90 см.

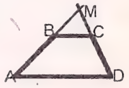
31. ΔABK і ΔBCE – подібні (задача №30).

Тоді AB : BC = BK : BE, $AB = \frac{7}{9}BC$. Звідси P = 2AB + 2 BC,



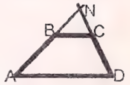
$2 \cdot \frac{7}{9}BC + 2BC = 64$, BC = 18 см, AB = 14 см. **Відповідь: 14 см і 18 см.**

32. $\frac{BC}{AD} = \frac{MC}{MD}$ (задача №28). Отже BC = 9 · 26 : 13 = 18 см.



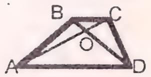
Відповідь: менша основа трапеції дорівнює 18 см.

33. $\frac{CD}{CN} = \frac{AB}{BN}$ (задача №28). $CN = \frac{7}{5}CD$. $CD + \frac{7}{5}CD = 36$, CD = 15 см.



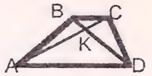
Відповідь: AB = 6 см.

34. OD = 11 см, BO = 7 см і AD – BC = 16 см (за умовою), $\angle ADB = \angle DBC$ і $\angle CAD = \angle ACB$ (внутрішні різносторонні), значить ΔBCO і ΔAOD – подібні. Тоді BC : AD = BO : OD, AD = BC + 16, BC = 28 см, AD = 28 + 16 = 44 см.

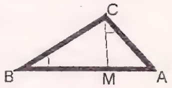


Відповідь: основи трапеції дорівнюють 18 см і 44 см.

35. Трикутники BOC і AOD – подібні (задача №34). Тоді AK : KC = KD : BK, KD = BK + 10, AK : KC = (BK + 10) : BK, BK = 8 см, KC = 8 + 10 = 18 см. **Відповідь: 8 см і 18 см.**

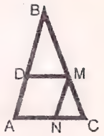


36. $\angle ABC = \angle MCA$ (за умовою), $\angle CAB$ – спільний, значить ΔAMC і ΔABC – подібні (за двома кутами). Тоді AB : AC = = AC : AM; AC = 12 см. **Відповідь: AC = 12 см.**



37. Протилежні сторони паралелограма рівні і паралельні, значить MD = QC, DQ = MC, $\angle DQB = \angle AMD$ і $\angle QDB = \angle MAD$. ΔDBQ і ΔADM – подібні (за двома кутами). Тобто BC : QC = AC : AM, BC = 10 · 9 : (10 – 4) = 15 см. **Відповідь: BC = 15 см.**

38. Ромб – паралелограм із рівними сторонами, значить AD = MN, DM = AN, $\angle DAN = \angle MNC = \angle BDM$ і $\angle ACB = \angle DMB$. ΔNMC, ΔABC і ΔDBM – подібні (за двома кутами). BD = AB – AD, Тоді (20 – AD) : AD = BM : MC, AD = 2 см.



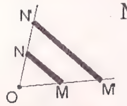
Відповідь: сторона ромба дорівнює 2 см.

39. EP = 5 см, EK = 8 см, (за умовою). ΔEBK і ΔABC – подібні. Тоді AC : EK =

ТРЕНУВАЛЬНІ ВПРАВИ

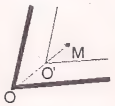
Варіант 3

1.

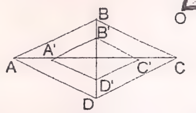


M'N'=2MN=6 см.

2.



3.



4.

5. $k = \frac{x_P}{x_Q} = \frac{y_P}{y_Q}$; $k = 3$.

6. **Так.** Через кінці паралельних діаметрів даних кіл провести прямі, точка їх перетину – центр гомотетії.

7. **Ні.** Гомотетія є перетворенням подібності, отже подібні фігури – гомотетичні.

8. а) $k = \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{2}{5}$, $A_1B_1 = \frac{5}{2} \cdot 4 =$ **10 см**, $B_1C_1 = \frac{5}{2} \cdot 5 =$ **12,5 см**;

б) $k = \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{3}{2}$, $AB = \frac{3}{2} \cdot 6 =$ **9 см**, $A_1B_1 = 11 : \frac{2}{3} = 7\frac{1}{3}$ **см.**

9. Сторони подібних трикутників відносяться однаково. Тоді:
   1) P = 7k + 5k + 9k = 21k. 21k = 42, k = 2. **Відповідь: 14 см, 10 см, 18 см**;
   2) 9k = 27, k = 3. **Відповідь: 21 см, 15 см, 27 см**;
   3) 7k = 28, k = 4. **Відповідь: 28 см, 20 см, 36 см**;
   4) 9k + 5k = 84, k = 6. **Відповідь: 42 см, 35 см, 63 см.**

10. Сторони подібних многокутників відносяться однаково. Отже, P = 3k + 7k + + 2k + 5k + 11k + 4k = 124 см, k = 4. **Відповідь: 12 см, 28 см, 8 см, 20 см, 44 см, 16 см.**

11. Сторони подібних трикутників відносяться однаково. Отже, 4k = 24, k = 6. **Відповідь: 48 см, 54 см.**

12. Сторони подібних трикутників відносяться однаково. Введемо коефіцієнт пропорційності х. Тоді 4x + 4kx = 56, $k = \frac{14}{x} - 1$. Периметр трикутника дорівнює сумі його сторін. Отже, $k = \frac{P}{P_1} = \frac{2}{5}$; $\frac{14}{x} - 1 = \frac{2}{5}$, x = 10. **Відповідь: сторони першого Δ: 20 см, 30 см і 40 см; другого: 8 см, 12 см і 16 см.**

13. Якщо, два кута одного трикутника дорівнюють двом кутам іншого трикутника, то такі трикутники подібні.
   а) $\angle AKB = \angle CKD$ (як вертикальні), $\angle ABK = \angle KDC$ (за умовою). Трикутники AMN і AFD – подібні за трьома кутами;
   б) $\angle CDN = \angle ABC$ (за умовою), $\angle C$ – спільний. ΔABN і ΔBCK – подібні;
   в) $\angle ABD = \angle ACB$ (за умовою), $\angle A$ – спільний. ΔABC і ΔDBA – подібні.

14. У рівнобедрених трикутниках кути при основі рівні, значить кути при вершині також рівні. Якщо кути трикутників рівні, трикутники подібні.

15. Якщо, кути при вершині двох рівнобедрених трикутників рівні, то такі три-

415. $l=\sqrt{12^2+5^2}=13$ см, $S=\pi\cdot 12\cdot 13+\pi\cdot 12^2=$ **300π см^2**; $V=\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot 12^2\cdot 5=$ **240π см^3**.

416. $l=\sqrt{24^2+10^2}=26$ см, $S=\pi\cdot 10\cdot 26+\pi\cdot 10^2=$ **360π см^2**; $V=\frac{1}{3}\pi\cdot 10^2\cdot 24=$ **800π см^3**.

417. $V_1=\frac{1}{3}\pi\cdot n^2\cdot m$; $V_2=\frac{1}{3}\pi\cdot m^2\cdot n$; $\frac{V_1}{V_2}=\frac{\frac{1}{3}\pi\cdot n^2\cdot m}{\frac{1}{3}\pi\cdot m^2\cdot n}=\frac{n}{m}$. **Відповідь: $\frac{m}{n}$.**

418. $S=4\pi\cdot 7^2=$ **196π см^2**; $V=\frac{4}{3}\pi\cdot 7^3=\frac{1372}{3}\pi=$ **$457\frac{1}{3}\pi$ см^3**.

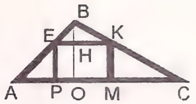
419. $S=4\pi\cdot 6^2=144\pi$ см^2; $V=\frac{4}{3}\pi\cdot 6^3=288\pi$ см^3. **Відповідь: 144 π см^2 і 288 π см^3.**

420. $\frac{S_2}{S_1}=\frac{4\pi(\frac{r}{4})^2}{4\pi r^2}=\frac{1}{16}$; $\frac{V_2}{V_1}=\frac{\frac{4}{3}\pi(\frac{r}{4})^3}{\frac{4}{3}\pi r^3}=\frac{1}{64}$.

Відповідь: площа зменшилась у 16 разів, об'єм – у 64 рази.

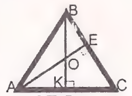
ДЛЯ НОТАТКІВ

BO : BH, BH = $\frac{2}{3}$ BO; BO = EP + BH = 5 + $\frac{2}{3}$ BO, BO = 15 см.



Відповідь: висота трикутника дорівнює 15 см.

40. ∠ ABC = 180 – 2 ∠ BAC, звідси ∠ ABK = 90 – ∠ BAC. ∠ EAB = 2 ∠ BAC – 90, ∠ BAC = ∠ EAC + ∠ EAB ⇒ ⇒ ∠ EAC = 90 – ∠ BAC. Тобто ∠ EAC = ∠ ABK, ΔABK і ΔAEC – подібні. AC : AB = AE : BK = 1,2. Припустимо, бічна сторона дорівнює x см; тоді основа – 1,2x см. Отже, $x^2-(0{,}6x)^2=30^2$. x = 37,5см.

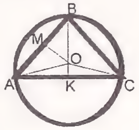


Відповідь: 37,5 см, 37,5 см і 45 см.

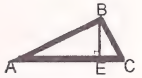
41. У рівнобедреному трикутнику висота до основи є бісектрисою і медіаною, тоді BK = $\sqrt{AB^2-AK^2}=12$ см.

1) ΔAMO = ΔAOK (за гіпотенузою і катетом), значить AM = = AK = 9 см, MB = 15 – 9 = 6 см. ΔBOM і ΔABK – подібні (за гострим кутом). Отже BO : AB = BM : BK, BO = 7,5 см. r = 4,5 см;

2) центр описаного навколо трикутника кола лежить на серединних перпендикулярах до його сторін. ΔABO – рівнобедрений (BO = AO, як радіуси). Тоді трикутники ABK і MBO – подібні (за гострим кутом), значить BO : AB = BM : BK, BO = = $9\frac{3}{8}$ см. **Відповідь: 1) r = 4,5 см, 2) R = $9\frac{3}{8}$ см.**

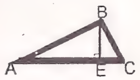


42. З трикутників ABE і BCE, $AB^2-AE^2=BC^2-EC^2$, $BC^2=AB^2-585$. З ΔABC – $BC^2=1521-AB^2$, $AB^2=468$. ∠ BAC і ∠ CBE – рівні, значить ΔABC, ΔABE і ΔBCE – подібні (за гострим кутом). Тоді AB : AC = BE : BC = BE : AB. Звідси, $AB^2=39BE$, BE = 12 см.

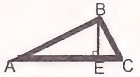


Відповідь: висота даного трикутника дорівнює 12 см.

43. Припустимо, BC = 15 см, тоді EC = 9 см. З попередньої задачі: ΔABC, ΔABE і ΔBCE – подібні, значить AC : BC = BC : EC, AC = BC^2 : EC = 25 см. **Відповідь: гіпотенуза дорівнює 25 см.**

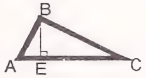


44. ΔABC, ΔABE і ΔBCE – подібні (за гострим кутом). Звідси, BC : AC = EC : BC, $BC^2=10\cdot 50=500$, BC = $10\sqrt{5}$ см. Тоді



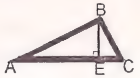
AB = $\sqrt{50^2-(10\sqrt{5})^2}=20\sqrt{5}$ см. **Відповідь: катети дорівнюють $10\sqrt{5}$ см і $20\sqrt{5}$ см.**

45. Припустимо, BC = 18 см, тоді AE = 9 см; AC = 9 + EC. ΔABC, ΔABE і ΔBCE – подібні, значить AC : BC = BC : EC, $(9+EC)EC=18^2$, EC = $\frac{9}{2}(\sqrt{17}-1)$ 2 см. Отже AC = $\frac{9}{2}(\sqrt{17}+1)$ см



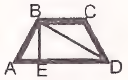
і AB = $\frac{9}{2}\sqrt{\sqrt{17}+1}$ см. **Відповідь: гіпотенуза – $\frac{9}{2}(\sqrt{17}+1)$ см, катет - $\frac{9}{2}\sqrt{\sqrt{17}+1}$ см.**

46. AC = $\sqrt{16^2+12^2}=20$ см. ∠ BAC і ∠ CBE – рівні, значить ΔABC, ΔABE і ΔBCE – подібні (за гострим кутом). Тоді AB : AC = BE : BC. Звідси, AB · BC = 20BE, BE = 9,6 см.

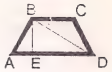


Відповідь: висота даного трикутника дорівнює 9,6 см.

47. ΔABE і ΔABD – подібні (∠ BAE – спільний), ΔBED і ΔABD – подібні (∠ BDE – спільний), значить ΔABE і ΔBED також подібні. ED = BC + (AD – BC) : 2 = 9 см (властивість рівнобічної трапеції), AE = 1 см. Тоді BE : DE = AE : BE, BE = 3 см. AB : AD = AE : AB,

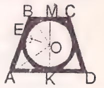


AB = $\sqrt{10}$ см. **Відповідь: висота дорівнює 3 см, бічна сторона – $\sqrt{10}$ см.**



48. $AE = \sqrt{AB^2 + BD^2} = 8$ см. ΔABE, ΔABD і ΔBED – подібні (задача №47), звідси AB : AD = AE : AB, AD = AB^2 : AE = 26 см. BC = AD – 2AE = 10 см. **Відповідь: основи трапеції дорівнюють 10 см і 26 см.**

49. ΔABO – прямокутний, EO – його діагональ, EB = 4 см, AE = 25 см. ΔABO, ΔAEO і ΔEBO – подібні (мають спільні кути). Тоді AE : AO = AO : AB і BO : AB = BE : BO. Звідси AO = $5\sqrt{29}$ см і BO = $2\sqrt{29}$ см. **Відповідь: діагоналі ромба дорівнюють $4\sqrt{29}$ см і $10\sqrt{29}$ см.**



50. ΔABO – прямокутний, EO – висота. Отже ΔABO, ΔAEO і ΔEBO – подібні (задача №49). Тоді AE : AO = AO : AB і BO : AB = BE : BO. Звідси AO = $4\sqrt{5}$ см і BO = $2\sqrt{5}$ см. Звідси EO = MO = KO = 4 см. $\Delta OEB = \Delta OBM$ і $\Delta AEO = \Delta AOK$ (за першою ознакою). Тобто BM = BE = 2 см і AK = AE = 8 см. **Відповідь: основи трапеції – 4 см і 16 см, радіус – 4 см.**

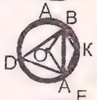
51. 1) 32 : 2 = 16°; 2) 77°; 3) 90°; 4) 160°; 5) β : 2.

52. 1) 21 · 2 = 42°; 2) 178°; 3) 180°; 4) 334°; 5) 2β.

53. 1) В даному випадку центральний кут дорівнює 360 – 136 = 224°. Отже вписаний ∠ MAN = 224 : 2 = 112°;

2) центральний кут дорівнює 129 · 2=258°. ∠ MON = 360–258=102°.

54. Вписаний кут дорівнює половині центрального кута. В нашому випадку центральний кут однаковий для обох кутів AKB і ADB, значить ∠ ADB = ∠ AKB = 129°. **Відповідь: ∠ ADC = 129°.**



55. Для ∠ AKB центральний кут буде 107 · 2 = 214°. Відповідно, для ∠ ADB центральний кут складатиме 360 – 214 = 156°. Отже ∠ ADC = 156 : 2 = 78°. **Відповідь: ∠ ADC = 78°.**

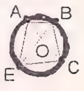
56. У даному трикутнику ∠ E – вписаний, ∠ DOF – відповідний йому центральний кут. Отже: 1) ∠ DOF = 38 · 2 = 76°; 2) ∠ DOF = = 360 – 148 · 2 = 64°. **Відповідь: 1) 76°; 2) 64°.**

57. ∠ DCE = 84 · 2 = 168°. ∠ COE – центральний до вписаного ∠ C, ∠ COE = 9 · 168 : 14 = 108°.
Відповідь: ∠ DOE = 168°; ∠ COE = 108°.

58. ∠ AOC = 360 – 192 = 168° (за умовою). ∠ ABC – вписаний, відповідний йому центральний – ∠ AOC. Отже ∠ ABC = 168 : 2 = 84°. Тоді ∠ ACB = ∠ BAC = (180 – 84) : 2 = 48°. **Відповідь: 48°, 48° і 184°.**

59. Хорда ділить коло 8 : 7, отже центральні кути до вписаних кутів ABC і AEC теж відносяться, як 8 : 7. Тоді 7x + 8x = 360, x = 24°; ∠ AOC = 8 · 24 = 192°. Вписаний ∠ AEC = 192 : 2 = 96°, відповідно ∠ ABC = 7 · 24 : 2 = 84°. **Відповідь: 84° і 96°.**

60. ∠ BAK = 90° (за умовою). Введемо коефіцієнт пропорційності x, тоді ∠ BOK = 5x, ∠ AOK = 2x. ∠ AKO = (180 – 2x) : 2 = 90 – x, ∠ BKO = (180 – 5x) : 2 = 90 – 2,5x. Звідси, ∠ BAO = 90 – 90 – x = x. Отже, x + (90 – 2,5x) + (90 – 2,5x) + (90 – x) = 90, x = 36°. ∠ AOB = = 180 – 2 · 36 = 108°. **Відповідь: 108° і 252°.**



61. Введемо коефіцієнт пропорційності x і знайдемо градусні міри отриманих дуг, 3x + 5x + 7x + 9x = 360, x = 15°. Звідси, ∠ AOB = 45°, ∠ BOC = 75°, ∠ COE = 105° і ∠ AOE = 135° – центральні, значить ΔAOC, ΔAOB і ΔBOC – рівнобедрені. Тоді ∠ OAB = (180 – 45) : 2 = 67,5°,

393. Так. Якщо вони лежать у паралельній, до даної, площині.

394. Ні. Площини, можуть перетинатись і бути паралельними прямій a.

395. Ні. Пряма a може проходити під будь яким кутом до площини α.

396. Ні. Пряма a може належати площині β.

397. 1) DD_1, BB_1, CC_1; 2) AB, CD, BB_1, CC_1; 3) CC_1, DD_1, A_1D_1, B_1C_1; 4) C_1D_1, DD_1, CD, CC_1; 5) AA_1, DD_1, BB_1, CC_1; ; 6) CC_1D_1, AA_1B_1; $A_1B_1C_1$; ABC.

398. $S = p'l + 2S_{осн.} = (5+5+5+5)\cdot 5 + 2\cdot(5+5) = $ **120 см²**, V=5·5·5=**125 см³**.

399. $S_{бічн.} = (5+6+5+6)\cdot 4 = $ **44 см²**, $S = 44 + 2\cdot 5\cdot 6 = 104$ **см²**, $V = 4\cdot 5\cdot 6 = $ **120 см³**.

400. $S_{бічн.} = (6+5+6+5)\cdot 8 = 88$ см². Знайдемо висоту паралелограма, $h = 6\sin 30° = 3$ см. $S_{осн.} = 5\cdot 3 = 15$ см², $S = 88 + 15 = 103$ см². $V = 15\cdot 8 = 120$ см³.
Відповідь: 88 см², 103 см², 120 см³.

401. $S_{бічн.} = (4+4+4+4)\cdot 3 = $ **48 см²**, $S_{\square} = 4^2 = $ **16 см²**, $V = 16\cdot 3 = $ **48 см³**.

402. Висота трикутника буде $b = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ см. $S_{\Delta} = \frac{1}{2}\cdot 8\cdot 3 = 12$ см², $V = 12\cdot 12 = 144$ см³. $S_{бічн.} = (5+5+8)\cdot 12 = 216$ см². **Відповідь: 144 см² і 216 см³.**

403. Знайдемо площу трапеції: $h = \sqrt{17^2 - (15-10)^2} = 2\sqrt{66}$ см, $S_{трап.} = \frac{10+15}{2}\cdot 2\sqrt{66} = 25\sqrt{66}$ см². $S = (10+17+15+2\sqrt{66})6 + 2\cdot 25\sqrt{66} = 252 + 62\sqrt{66}$ см². $V = 25\sqrt{66}\cdot 6 = 150\sqrt{66}$ см³. **Відп.: $(252 + 62\sqrt{66})$ см² і $150\sqrt{66}$ см³.**

404. 1) DEF; 2) M; 3) DM, EM, FM; 4) DMF, DME, EMF.

405. Усі грані піраміди рівні, значить апофема піраміди дорівнює висоті грані $a = 4\cos 60° = 2\sqrt{3}$ см. $S_{бічн.} = \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 4\cdot 2\sqrt{3} = 16\sqrt{3}$ см², $S_{осн.} = 4^2 = 16$ см², $S = 16\sqrt{3} + 16 = 16(\sqrt{3}+1)$ см². **Відповідь: $64\sqrt{3}$ см².**

406. $S_{бічн.} = \frac{1}{2}\cdot 3\cdot 2\cdot 3 = 9$ см², $S_{осн.} = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 2\sin 60° = \sqrt{3}$ см², $S = 9 + \sqrt{3}$ **см²**.

407. $\Delta ADB = \Delta BDC = \Delta CDA$ (за першою ознакою рівності трикутників), значить піраміда правильна. Тоді, AB = BC = CD = 4 см; апофема $a = 4\sin 60° = 2\sqrt{3}$ см. $S_{бічн.} = \frac{1}{2}\cdot 3\cdot 4\cdot 2\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$ см². **Відповідь: $12\sqrt{3}$ см².**

408. $V = \frac{1}{3}\cdot\frac{3}{2}\sqrt{3}\cdot 2^2\cdot 10 = $ **$20\sqrt{3}$ см³**.

409. $S_{осн.} = 4^2 = 16$ см²; $V = \frac{1}{3}\cdot 16\cdot 5 = \frac{80}{3}$ см³. **Відповідь: $26\frac{2}{3}$ см³.**

410. Знайдемо основу трикутника в основі піраміди $a = 2\sqrt{17^2 - 8^2} = 15$ см. $S_{осн.} = \frac{1}{2}\cdot 15\cdot 8 = 60$ см², $V = \frac{1}{3}\cdot 60\cdot 6 = 120$ см³. **Відповідь: 120 см³.**

411. 1) OO_1; 2) CC_1; 3) ON; 4) O_1M.

412. $S = 2\pi\cdot 6\cdot 5 + 2\pi\cdot 6^2 = 132\pi$ см², $V = \pi 6^2\cdot 5 = 180\pi$ см³. **Відповідь: 132π см² і 180π см³.**

413. r = 12 см (за умовою). $S = 2\pi\cdot 12\cdot 8 + 2\pi\cdot 12^2 = 480\pi$ см², $V = \pi 12^2\cdot 8 = 1152\pi$ см³.
Відповідь: 480 π см² і 1152 π см³.

414. 1) MO; 2) DM; 3) OD.

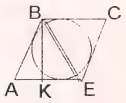
$d = 2a\cos60°+b=20$ см. $S=\frac{12+20}{2}4\sqrt{3}=64\sqrt{3}$ см^2. **Відповідь: $64\sqrt{3}$ см^2.**

379. Припустимо, a – дана хорда, $r_1=\frac{a}{2}\sin\frac{90}{2}=\frac{a\sqrt{2}}{4}$; $r_2=\frac{a}{2}\sin\frac{120}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Звідси,

$\frac{S_1}{S_2}=\frac{\pi(\frac{a\sqrt{2}}{4})^2}{\pi(\frac{a\sqrt{3}}{4})^2}=\frac{2}{3}$. **Відповідь: 2 : 3.**

380. $R = a = 6$ см, $r=\frac{a\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$ см. $S=\pi(6^2-(3\sqrt{3})^2)=9\pi$ **см^2**.

381. Побудуємо трикутник симетричний даному відносно його середньої сторони, отримаємо паралелограм. Знайдемо висоту паралелограма, $13^2-AK^2=20^2-(21-AK)^2$, $AK=5$ см; $BK=\sqrt{13^2-5^2}=12$ см. $r=6$ см. $S=\frac{1}{2}\pi6^2=18\pi$ см^2. **Відповідь: 18π см^2.**

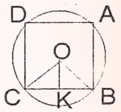


382. $S_{n\bigcirc}=\frac{1}{2}\pi R^2=\frac{\pi8^2}{2}=32\pi$ см^2. Висота трикутника: $h=8\sin60°=4\sqrt{3}$ см,

$S_\Delta=\frac{1}{2}\cdot16\cdot4\sqrt{3}=32\sqrt{3}$ см^2. $S=32(\pi-\sqrt{3})\approx45$ см^2. **Відповідь: 45 см^2.**

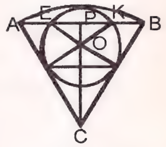
383. Побудуємо вписаний квадрат на даній хорді. Трикутник правильний, значить $\angle COB = 90°$ (центральний кут). $BC=2CK=2r\cos45°=8\sqrt{2}$ см, $S_{OCB}=(4\sqrt{2})^2=32$ см^2. $S=\frac{\pi8^2}{360}90-32=16(\pi-2)\approx18$ см^2.

Відповідь: 18 см^2.



384. $CP=\sqrt{3^2-1^2}=2\sqrt{2}$ см. ΔPKO і ΔEOC; ΔABC і ΔEOC – подібні (за III ознакою), значить ΔABC і ΔPKO – також подібні. Тоді $PK=\frac{1}{4}CP=\frac{\sqrt{2}}{2}$ см, звідси $KO=r=\frac{KP}{\cos\frac{\alpha}{2}}=$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{3\sqrt{2}}{4}=\frac{3}{4}$ см. $S=\pi(\frac{3}{4})^2=\frac{9}{16}\pi$ см^2. **Відповідь: $\frac{9}{16}\pi$ см^2.**



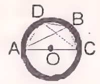
385. $S_\bigcirc=\pi2^2=4\pi$ см^2. Шукана площа дорівнює різниці площі круга та площі сегментів, які обмежуються цими хордами. Сегмент хорди на якій побудовано шестикутник: $S_1=\frac{\pi2^2}{360}\cdot60-\frac{\sqrt{3}}{4}2^2=\frac{2}{3}\pi-\sqrt{3}$ см^2. Сегмент хорди на якій побудовано трикутник: $S_2=\frac{\pi2^2}{360}\cdot(360-120)+\frac{1}{2}\cdot(2\sin60°\cdot2)\cdot2\sin30°=\frac{8}{3}\pi+\sqrt{3}$ см^2.

$S=S_\bigcirc-S_1-S_2=4\pi-(\frac{2}{3}\pi-\sqrt{3})-(\frac{8}{3}\pi+\sqrt{3})=\frac{2}{3}\pi$ см^2.**Відповідь: $\frac{2}{3}\pi$ см^2.**

386. Безліч.
387. Одну. Три точки обумовлюють прямі, які перетинаються.
388. 1) **Так**; 2) **так**.
389. Ні. Дві прямі перетинаються тільки коли лежать в одній площині. В нашому випадку це не так.
390. 1) **Так**; 2) **ні**.
391. Прямі b і c можуть не лежати в одній площині. **Відповідь: ні.**
392. Безліч. Всі прямі, які лежать на перетині площина α з площинами, які проходять через точку A і не паралельні α.

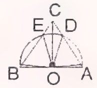
$\angle OBC = 52{,}5°$, $\angle OCE = 37{,}5°$ і $\angle OEA = 22{,}5°$. Отже $\angle EAB = 67{,}5 + 22{,}5 = 90°$, $\angle ABC = 120°$, $\angle BCE = 90°$, $\angle CEA = 60°$. **Відповідь: 90°, 120°, 90° і 60°.**

62. $\angle AOB$ – центральний і дорівнює 180°, значить ΔABC і ΔADC – прямокутні. Сума протилежних кутів чотирикутника, вписаного у коло, дорівнює 180°. Тоді $\angle ABD = 180 - 90 - 52 = 38°$.
Відповідь: $\angle ABD = 38°$.

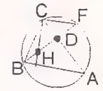


63. ΔPOK – рівнобедрений ($OB = OK = R$), $\angle KOB = 180 - 2 \cdot 16 = 148°$. Тоді $\angle PAK = (360 - 148) : 2 = 106°$. Звідси, $\angle PAE = 106 - 90 = 16°$, $\angle EAB = 48 - 16 = 32°$. ΔAEB – прямокутний (AB – діаметр), значить $\angle ABE = 90 - 32 = 58°$. **Відповідь: 58°.**

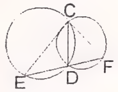
64. $\angle C = 86°$ (за умовою), $\angle A = (180 - 86) : 2 = 47°$. $AO = DO = EO = BO$ (як радіуси кола), значить ΔBEO і ΔODA – рівнобедрені і рівні. Звідси, $\angle BOE = 180 - 2 \cdot 47 = 86°$; $\angle EOD = 180 - 2 \cdot 86 = 8°$.
Відповідь: 86°, 8°, 86°.



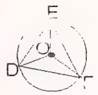
65. $BD \perp AC$ і $CH \perp AB$ (за умовою), тоді $CF \parallel AB$. Значить ABCF – трапеція, CH – висота трапеції. Звідси, $\Delta CDH = \Delta CFD$ (за третьою ознакою). Отже, $HD = DF$.



66. Якщо вписані у дане коло кути спираються на одну і ту саму хорду, то такі кути рівні. Отже $\angle CED$ і $\angle CFD$ – сталі, адже при будь-якому положенні EF вони спиратимуться на хорду CD. Значить, з ΔECF - $\angle ECF = 180 - \angle DEC - \angle DFC$ – величина стала.



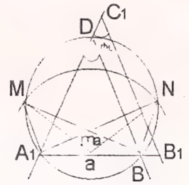
67. ΔDEF – рівнобедрений. Тоді: 1) DE – основа. $\angle DFE = \angle DOE : 2 = 116 : 2 = 58°$. ΔDFE – рівнобедрений, отже $\angle FDE = \angle FED = (180 - 58) : 2 = 61°$;
2) DE – бічна сторона. $\angle DFE = \angle FDE = \angle DOE : 2 = 116 : 2 = 58°$. $\angle DEF = 180 - 58 \cdot 2 = 64°$;
3) усі вершини лежать по один бік від діаметра. $\angle DFE = (360 - 116) : 2 = 122°$ ($\angle DOE$ – центральний відповідно $\angle DFE$). $\angle DEF = \angle EDF = (180 - 122) : 2 = 29°$.
Відповідь: 1) DE – основа: 61°, 61° і 58°; 2) DE – бічна сторона: 58°, 58° і 64°; 3) вершини по один бік від діаметра: 29°, 29° і 122°.



68. Геометричним місцем точок – середин усіх хорд, які проходять через дану внутрішню точку кола є коло, центр якого знаходиться на середині відрізка, який з'єднує центр даного кола із даною точкою.

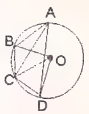
69. Рішення у збірнику задач на стор. 132.

70. Проводимо пряму b. На ній беремо довільну точку C_1 і будуємо $\angle C_1 = \angle\alpha$. На сторонах кута відкладаємо відрізки $C_1A_1 = C_1B_1$. Сполучаємо точки A_1 і B_1. $\Delta A_1B_1C_1$ – рівнобедрений. На відрізку A_1B_1 відкладаємо $A_1B = a$. Проведемо $BD \parallel B_1C_1$. $\angle A_1DB = \angle A_1C_1B_1$ – як внутрішні односторонні при $C_1B_1 \parallel BD$ та січній C_1. Отже, $\angle A_1DB = \angle\alpha$. Опишемо коло навколо ΔA_1DB. Точки A_1 і B – вершини потрібного трикутника. Третя вершина лежить на відстані m_a від середини відрізка A_1B. Проведемо дугу з центром в точці a, радіусом m_a, таким чином, щоб дуга перетинала коло, описане навколо ΔA_1BD. Точки перетину дуги з колом можуть бути третьою вершиною потрібного трикутника. ΔA_1BM і ΔA_1BN – потрібні трикутники, оскі-



льки: $\angle A_1MB = \angle A_1BN = \angle A_1DB = \angle\alpha$ – як вписані в коло кути, що спираються на одну дугу, точки M і N відстоять від a на відстані m_a.

71. З'єднаємо точки B, C і D з центром кола O, BO = CO = DO = R. Звідси, $\Delta BOC = \Delta COD$ (за трьома сторонами). Отже центральні кути до вписаних кутів BAC і CAD – рівні. Тоді $\angle BAC = \angle CAD$.

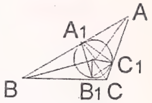


72. Для нашого випадка: AK · KB = KD · KC, отже 8AK = 24, AK = 3 см.
Відповідь: 3 см.

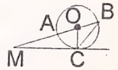
73. AE = 4 см, BE = 9 см (за умовою). Позначимо відрізок CE через x, тоді DE = 15 – x. Звідси, 4 · 9 = x(15 – x), x = 3см; DM = 15 – 3 = 12 см.
Відповідь: точка E ділить хорду CD на відрізки 3 см і 12 см.

74. EO і DO – радіуси, значить ΔDEO – рівнобедрений. Тоді $\angle ODE = \angle OED = (180 - 76) : 2 = 52°$. $\angle OEa = 90°$ (кут між радіусом і дотичною). Отже, $\angle DEa = 90 - 52 = 38°$. **Відповідь: 38°, 142°.**

75. $\angle C = 180 - 52 - 26 = 102°$. Центр вписаного кола O лежить на перетині бісектрис, тоді $\angle A_1OB_1 = 2 \cdot (90 - 26 : 2) = 154°$; $\angle A_1OC_1 = 2\cdot(90 - 52 : 2) = 128°$; $\angle B_1OC_1 = 2\cdot(90 - 102 : 2) = 78°$. $\Delta A_1OC_1, \Delta A_1OB_1, \Delta B_1OC_1$, – рівнобедрені, звідси $\angle A_1 = (180 - 154) : 2 + (180 - 128) : 2 = 39°$, $\angle B_1 = (180 - 154) : 2 + (180 - 78) : 2 = 64°$, $\angle C_1 = 180 - 39 - 64 = 77°$. **Відповідь: 39°, 64° і 77°.**

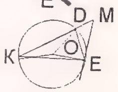


76. ΔOBC – рівнобедрений (OC = OB = R), $\angle MCO = 90°$, значить $\angle OCB = \angle OBC = 124 - 90 = 34°$. **Відповідь: 34°.**

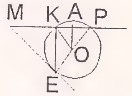


77. ΔMEK і ΔMPE – подібні (за умовою). $\angle KOE$ – центральний, відповідний вписаному $\angle KPE$. Тоді $\angle KPE = \angle KOE : 2$. Гострий кут між хордою і дотичною до кола в кінці цієї хорди дорівнює половині кута між радіусами, проведеними до кінців хорди. Тоді $\angle MEK = \angle KOE : 2$. Отже ME – дотична.

78. ΔDME і ΔKME – подібні (задача №77). Тоді KM : ME = ME : DM, $KM = ME^2 : DM = 36 : 4 = 9$ см. **Відповідь: KD = 5 см.**



79. OK = 10 см, AO = 8 см (за умовою), $KP = 2\sqrt{10^2 - 8^2} = 12$ см. MP = MK + KP = MK + 12. ΔMKE і ΔMPE – подібні (задача №77). Тоді MK : ME = ME : PM, $MK = ME^2 : (MK + 12)$, MK = 2 см. **Відповідь: MP = 14 см.**



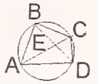
80. Сума протилежних кутів вписаного чотирикутника дорівнює 180°.
Відповідь: 1) ні, 2) так.

81. $\angle A = 180 - 37 = 143°$, $\angle B = 180 - 106 = 74°$. **Відповідь: $\angle A = 143°$, $\angle B = 74°$.**

82. Протилежні кути вписаного чотирикутника в сумі складають 180°. Тоді:
1) 3x + 6x = 7x + 2x, 9x = 9x. **Відповідь: так;**
2) 5x + 10x = 9x + 7x, 15x ≠ 16x. **Відповідь: ні.**

83. Протилежні кути вписаного чотирикутника в сумі складають 180°. Тоді 4x + x = 180, x = 36°. **Відповідь: 144°, 94°, 36° і 76°.**

84. $\angle ADB = 180 - 74 - 47 = 59°$, ΔBCE і ΔAED – подібні, значить $\angle ECB = 59°$. Звідси $\angle BEC = 180 - 58 - 59 = 63°$. **Відповідь: 63°.**



85. $\angle KPC = 180 - \angle BPK$ (суміжні кути). $\angle BAK = 180 - \angle BPK$ (протилежні кути вписаного чотирикутника), значить $\angle BAK = \angle KPC$. Аналогічно, $\angle MEB = \angle BAK$. Отже ΔEMC і ΔKCP – подібні (за двома кутами, $\angle C$ - спільний). Тоді CK : CM = CP : CE = KP : ME, CK = 6 · 12 : 9 = 8 см; CD = 6 · 15 : 9 = 10 см.
Відповідь: CK = 8 см, CP = 10 см.

367. Для правильного чотирикутника: $R = \frac{a}{\sqrt{2}}$, $r = \frac{a}{2}$. Тоді $\frac{S_R}{S_r} = \frac{\pi(\frac{a}{\sqrt{2}})^2}{\pi(\frac{a}{2})^2} = 2$.

368. $S = \pi(R^2 - r^2) = \pi(64 - 25) = 39\pi$ см². **Відповідь: 39π см².**

369. 1) $S = \frac{\pi R^2}{360}\alpha = \frac{\pi 6^2}{360}\cdot 18 = \frac{9}{5}\pi$ см²; 2) $S = \frac{\pi 6^2}{360}\cdot 135 = \frac{27}{2}\pi$ см²; 3) $S = \frac{\pi 6^2}{360}\cdot 330 = 33\pi$ см².

370. $S_{\bigcirc} = \pi R^2$. 1) $S = \frac{\pi R^2}{360}\cdot 25 = \frac{5\pi R^2}{72}$; $\frac{S}{S_{\bigcirc}} = \frac{\frac{5\pi R^2}{72}}{\pi R^2} = \frac{5}{72}$; 2) $S = \frac{\pi R^2}{360}\cdot 165 = \frac{11\pi R^2}{24}$;

$\frac{S}{S_{\bigcirc}} = \frac{\frac{11\pi R^2}{24}}{\pi R^2} = \frac{11}{24}$; 3) $S = \frac{\pi R^2}{360}\cdot 225 = \frac{5\pi R^2}{8}$; $\frac{S}{S_{\bigcirc}} = \frac{\frac{5\pi R^2}{8}}{\pi R^2} = \frac{5}{8}$.

371. $\frac{S}{S_{\bigcirc}} = \frac{8}{15}$; $\frac{\frac{\pi R^2}{360}\alpha}{\pi R^2} = \frac{8}{15}$; $\alpha = \frac{8}{15}\cdot 360 = 192°$. **Відповідь: 192°.**

372. $S = \frac{\pi R^2}{360}\alpha$; $R = \sqrt{\frac{360S}{\alpha\pi}} = \sqrt{\frac{360\cdot 45}{72\pi}} = \sqrt{\frac{225}{\pi}} = \frac{15}{\sqrt{\pi}} \approx 8,5$ см. **Відповідь: 8,5 см.**

373. $S = \frac{\pi R^2}{360}\alpha \pm S_\Delta$. 1) $S_\Delta = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}a\cdot a\cdot\sin 60° = 16\sqrt{3}$ см², $S = \frac{\pi 8^2}{360}60 - 16\sqrt{3} \approx 5,8$ **см²**;

2) $S_\Delta = \frac{1}{2}8^2\cdot\sin 150° = 16$ см², $S = \frac{\pi 8^2}{360}150 - 16 = \frac{80}{3}\pi - 16 \approx 67,8$ **см²**;

3) $S_\Delta = \frac{1}{2}8^2\cdot\sin(360\text{-}225)° = 16\sqrt{2}$ см², $S = \frac{\pi 8^2}{360}225 + 16\sqrt{2} \approx 148,3$ **см²**.

374. 1) $h_\Delta = \frac{a}{2\text{tg}\frac{\alpha}{2}} = \frac{6}{2\frac{1}{1+\sqrt{2}}} = 3(\sqrt{2}+1)$ см; $R^2 = 28 + 6\sqrt{2}$ см². $S = \frac{(28+6\sqrt{2})^2\pi}{360}\cdot 30 -$

$-\frac{1}{2}\cdot(28+6\sqrt{2})\cdot 3(\sqrt{2}+1) \approx 216,4$ **см²**; 2) $h_\Delta = \frac{a}{2\text{tg}\frac{\alpha}{2}} = \sqrt{3}$ см; $R^2 = 2\sqrt{3}$ см.

$S = \frac{\pi 12}{360}240 + \frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{3}\cdot\sqrt{3} = 8\pi + 3 \approx 28$ **см²**.

375. Якщо даний сегмент дорівнює половині кола.

376. а) $S_{ABCD} = 5\cdot 8 = 40$ см², $S_{\bigcirc}^{O} = \pi r^2 = \pi 2^2 = 4\pi$ см², $S_{\bigcirc}^{C} = \frac{\pi 3^2}{360}90 = \frac{9}{4}\pi$ см².

$S = 40 - 4\pi - \frac{9}{4}\pi \approx 20,4$ **см²**; б) $S_{ABCD} = 2\frac{\sqrt{3}}{4}5^2 = \frac{25}{2}\sqrt{3}$ см². $S_{\bigcirc}^{A} = \frac{\pi R^2}{360}\alpha = \frac{\pi 1^2}{360}60 = \frac{1}{6}\pi$ см²,

$S_{\bigcirc}^{B} = \frac{\pi 3^2}{360}120 = 3\pi$ см², $S_{\bigcirc}^{C} = \frac{\pi 2^2}{360}60 = \frac{2}{3}\pi$ см², $S_{\bigcirc}^{D} = \frac{\pi 1^2}{360}120 = \frac{1}{3}\pi$ см². $S = \frac{25}{6}(3\sqrt{3} - \pi) \approx 8,6$ **см²**;

в) $O_1O_2O_3O_4$ – квадрат, : $O_1O_2 = 6$см, $S_{\square} = 6^2 = 36$ см².

$S_{\bigcirc}^{O_1} = \frac{\pi R^2}{360}\alpha = \frac{\pi 3^2}{360}90 = \frac{9}{4}\pi$ см². см², $S = 36 - 4\cdot\frac{9}{4}\pi \approx 7,7$ **см²**.

377. $p = \frac{26+28+30}{2} = 42$ см, $S_\Delta = \sqrt{42(42-26)(42-28)(42-30)} = 336$ см²,

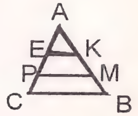
$r = \frac{2S_\Delta}{a+b+c} = \frac{2\cdot 336}{26+28+30} = 8$ см. $R = \frac{abc}{4S_\Delta} = \frac{26\cdot 28\cdot 30}{4\cdot 336} = \frac{65}{4}$ см. **Відповідь: 8см, 16,25 см.**

378. $r = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = \sqrt{\frac{12\pi}{\pi}} = 2\sqrt{3}$ см, діаметр даного кола дорівнює висоті трапеції.

Тоді сторона трапеції: $a = \frac{2r}{\sin 60} = 8$ см, менша основа $b = 2r\text{tg}60 = 12$ см, більша

цію площі яких рівні. $S_\Delta = S'_\Delta + S'_{тр} = 2S'_\Delta$, Трикутники подібні, значить їх відповідні лінійні розміри відносяться однаково. $\frac{S'_\Delta}{S_\Delta} = k^2 = \frac{1}{2}$; $k = \frac{\sqrt{2}}{2}$, значить $P' = P\frac{\sqrt{2}}{2} = 14\sqrt{2}$ см. **Відповідь: $14\sqrt{2}$ см.**

356. Рішення аналогічне попередній задачі. $k = \frac{4}{9}$; $\frac{S_{EAK}}{S_{PAM}} = \frac{4}{81}$.



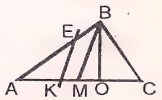
$h_{PEKM} = h_{PAM} - h_{EAK}$; $h_{EAK} = \frac{4}{9}h_{PAM}$; $h_{PEKM} = \frac{5}{9}h_{PAM}$.

$S_{EAK} = \frac{1}{2}\cdot\frac{4}{9}PM\cdot\frac{4}{9}h_{PAM} = \frac{8}{81}PM\cdot h_{PAM}$. $S_{PEKM} = \frac{PM+\frac{4}{9}PM}{2}\cdot\frac{5}{9}h_{PAM} = \frac{65}{162}PM\cdot h_{PAM}$.

$BC = \frac{5}{3}PM$, $h_{CPMB} = \frac{2}{3}h_{PAM}$. $S_{CPMB} = \frac{5}{9}PM\cdot h_{PAM}$.

$S_{EAK} : S_{PEKM} : S_{CPMB} = 16 : 65 : 90$. **Відповідь: 16 : 65 : 90.**

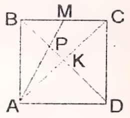
357. AM = MC, BO – висота, спільна для ΔABM і ΔBCM, отже $S_{ABM} = S_{BCM}$. $S_{KEBC} = 17S_{AEK}$ (за умовою),



$S_{ABM} = \frac{1}{2}S_{ABC} = 9S_{AEK}$. Тоді $k = 3$. $\frac{BM}{EK} = 3$; $EK = 3$.

Відповідь: 3 см.

358. ΔKCF і ΔAFD – подібні (за трьома кутами), $\frac{CK}{AD} = \frac{2}{5} = k$ (за умовою). Тоді $k^2 = \frac{4}{25}$, $\frac{S_{KCF}}{S_{AFD}} = \frac{4}{25}$, $S_{KCF} = \frac{4}{25}\cdot 50 = 8$ см^2.



Відповідь: 8 см^2.

359. (мал. до задачі №357). $\frac{S_{AEK}}{S_{ABM}} = \frac{1}{64}$, $k = \frac{1}{8}$. Отже, проведемо пряму паралельну медіані через точку E, яка ділить сторону AB у відношенні 1 : 8.

360. $p = \frac{13+14+15}{2} = 21$ см, $S_{ABC} = \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)} = 84$ см^2.

$\frac{S_{BKE}}{S_{ABC}} = \frac{4}{25}$; $S_{BKM} = \frac{4}{25}\cdot 84 = 13{,}44$ см^2. $S_{AEKC} = S_{ABC} - S_{BKE} = 70{,}56$ см^2. **Відповідь: 70,56 см^2.**

361. 1) $S = \pi r^2 = 16\pi$ **см^2**; 2) $S = \pi\cdot(\frac{2}{\pi})^2 = \frac{4}{\pi}$ **см^2**; 3) $S = \pi(\frac{5}{\sqrt{\pi}})^2 = 25$ **см^2**.

362. $r = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = \sqrt{\frac{9}{\pi}} \approx 1{,}7$ см. **Відповідь: 1,7 см.**

363. $S_1 = \pi r_1^2$; $S_2 = \pi r_2^2$. $\frac{\pi r_1^2}{\pi r_2^2} = 16$; $\frac{r_1}{r_2} = 4$. **Відповідь: 4 : 1.**

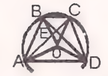
364. $r = \frac{l}{2\pi} = \frac{6\pi}{2\pi} = 3$ см. $S = \pi r^2 = 9\pi$ см^2. **Відповідь: 9π см^2.**

365. $r_1 = \sqrt{\frac{S_1}{\pi}} = \sqrt{\frac{p}{\pi}}$ см, $r_2 = \sqrt{\frac{k}{\pi}}$ см. $\frac{l_1}{l_2} = \frac{\pi\sqrt{\frac{p}{\pi}}^2}{\pi\sqrt{\frac{k}{\pi}}^2} = \frac{p}{k}$. **Відповідь: $\frac{p}{k}$.**

366. $S = a^2$; $a = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ см (a – сторона квадрата). $R = \frac{a}{\sqrt{2}} = 2$ см,

$S_\bigcirc = \pi r^2 = 4\pi$ см^2. **Відповідь: 4π см^2.**

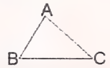
86. ∠ BEC = 90°; трапеція рівнобічна, значить ΔBEC - рівнобедрений, ∠ ECB = ∠ BCA = (180 – 90) : 2 = 45°. ∠ COA– центральний, відповідний вписаному ∠ ABC, ∠ COA = 360 – 2 · 126 = 108°. ∠ AOD – центральний, відповідний вписаному ∠ ACD, ∠ AOD = 360 – 2 · 108 = 144°. Трапеція рівнобічна, отже ∠ AOB = ∠ COD = 144 – 108 = 36°. Звідси, ∠ ABO = (180 – 36) : 2 = 72°.



72° < 90°, тобто центр описаного кола лежить поза межами трапеції.

87. 1) $BC^2 = (2\sqrt{3})^2 + 4^2 - 2\cdot(2\sqrt{3})\cdot 4\cos 30° = 4$, BC = 2 см;

2) $BC^2 = 4^2 + 8^2 - 2\cdot 4\cdot 8\cos 120° = 112$, $BC = 4\sqrt{7}$ см.



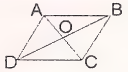
88. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$; $\cos\alpha = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$; $\cos\alpha = \frac{9^2+11^2-7^2}{2\cdot 9\cdot 11} = \frac{17}{22}$;

$\cos\beta = \frac{7^2+11^2-9^2}{2\cdot 7\cdot 11} = \frac{89}{154}$; $\cos\gamma = \frac{7^2+9^2-11^2}{2\cdot 7\cdot 9} = \frac{1}{14}$.

89. $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ (за основною тригонометричною тотожністю). Звідси $\cos\alpha = \pm\sqrt{1-(\frac{4\sqrt{3}}{7})^2} = \pm\frac{1}{7}$. 1) $a^2 = 7^2 + 8^2 - 2\cdot 7\cdot 8\cdot(-\frac{1}{7}) = 129$, $a = \sqrt{129}$ см;

2) $a^2 = 7^2 + 8^2 - 2\cdot 7\cdot 8\cdot\frac{1}{7} = 97$, $a = \sqrt{97}$ см. **Відповідь: $\sqrt{97}$ см або $\sqrt{129}$ см.**

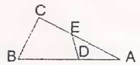
90. ∠ BOC = 30° (за умовою), ∠ AOB = 150° відповідно. Тоді за теоремою косинусів $BC^2 = 8^2 + 10^2 - 2\cdot 8\cdot 10\cos 30° = 164 - 80\sqrt{3}$,



$BC = 2\sqrt{41-20\sqrt{3}}$ см; $AB^2 = 8^2 + 10^2 - 2\cdot 8\cdot 10\cos 150° = 164 + 80\sqrt{3}$,

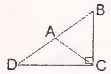
$AB = 2\sqrt{41+20\sqrt{3}}$ см. **Відповідь: $2\sqrt{41-20\sqrt{3}}$ см, $2\sqrt{41+20\sqrt{3}}$ см.**

91. Тоді cos ∠ A = $\frac{AB^2+AC^2-BC^2}{2AB\cdot AC} = \frac{1}{8}$, AE = AC – EC = 4 см.



$ED^2 = 3^2 + 4^2 - 2\cdot 3\cdot 4\cdot\frac{1}{8} = 22$; $ED = \sqrt{22}$ см. **Відповідь: $\sqrt{22}$ см.**

92. AC = BC = AB = 3 см (за умовою). ΔABD – прямокутний, ∠ B = 60°, тобто ∠ BDC = 30°. У прямокутному трикутнику гіпотенуза вдвічі більша за катет проти кута 30°, BD = 3 · 2 = 6 см. AD = 6 – 3 = 3 см.



93. Позначимо меншу із невідомих сторін через x. Тоді, за теоремою косинусів: $28^2 = x^2 + (x+8)^2 - 2x(x+8)\cos 120°$; $x^2 + 8x - 240 = 0$; x = 12 см. Більша сторона дорівнює x + 8 = 20 см. Отже P_Δ = 12 + 20 + 28 = 60 см. **Відповідь: 60 см.**

94. Введемо коефіцієнт пропорційності x. Тоді, за теоремою косинусів:

$35^2 = (3x)^2 + (8x)^2 - 2\cdot 3x\cdot 8x\cos 60°$; $49x^2 = 35^2$; x = 5. Отже, a = 3 ·5 = 15 см, b = 8 · 5 = 40 см. **Відповідь: 15 см і 40 см.**

95. Позначимо невідому сторону через x. Тоді, за теоремою косинусів:

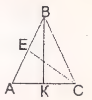
$21^2 = x^2 + 9^2 - 2x\cdot 9\cdot\cos 120°$; $x^2 + 9x - 360 = 0$, x = 15 см.

Відповідь: 15 см.

96. Опустимо з вершини B трапеції висоту на більшу основу і отримаємо точку E. Трапеція рівнобічна, значить AE = (AD – BC) : 2 = 1 см. cos ∠ B = $\frac{AE}{AB} = \frac{1}{8}$.

Тоді AC = BD = $\sqrt{10^2 + 8^2 - 2\cdot 10\cdot 8\cdot \frac{1}{8}} = 12$ см. **Відповідь: 12 см.**

97. З ΔABK: AB = $\frac{a}{2\sin\frac{\alpha}{2}}$, AE = BE = $\frac{a}{4\sin\frac{\alpha}{2}}$. За теоремою косинусів:



$EC^2 = (\frac{a}{2\sin\frac{\alpha}{2}})^2 + (\frac{a}{4\sin\frac{\alpha}{2}})^2 - 2\cdot\frac{a}{2\sin\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{a}{4\sin\frac{\alpha}{2}}\cos\alpha = \frac{a^2(5-4\cos\alpha)}{16\sin^2\frac{\alpha}{2}}$;

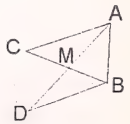
$EC = \frac{a}{4\sin\frac{\alpha}{2}}\sqrt{5-4\cos\alpha}$. **Відповідь:** $\frac{a}{4\sin\frac{\alpha}{2}}\sqrt{5-4\cos\alpha}$.

98. Припустимо, $\angle B = \alpha$, а діагональ – x, тоді протилежний кут – $180 - \alpha$, $\cos(180-\alpha) = -\cos\alpha$. Тоді $\cos\alpha = \frac{x^2-a^2-b^2}{2ab}$; і $\cos\alpha = \frac{c^2+d^2-x^2}{2cd}$; . Порівняємо праві частини рівнянь: $\frac{x^2-a^2-b^2}{2ab} = \frac{c^2+d^2-x^2}{2cd}$, $x = \sqrt{\frac{(ad+bc)(ac+bd)}{ab+cd}}$.

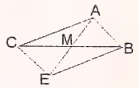
Відповідь: $\sqrt{\frac{(ad+bc)(ac+bd)}{ab+cd}}$.

99. За теоремою косинусів, $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$. Підставимо замість лівої частини рівняння праву частину даного рівняння: $b^2 + c^2 - cb = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$, $\cos\alpha = 0{,}5$, $\alpha = 60°$.

100. На подовжені медіани AM відкладемо відрізок MD, рівний AM. Маємо, AC = BD = 16 см (за побудовою, ABDC – паралелограм). $\angle ABD = 180 - 60 = 120°$. $AD^2 = 16^2 + 6^2 - 2\cdot 16\cdot 6\cdot(-0{,}5) = 388$ (за теоремою косинусів): $AD = 2\sqrt{97}$ см. **Відповідь: $2\sqrt{97}$ см.**

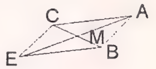


101. Введемо коефіцієнт пропорційності x, тоді більша сторони дорівнюватимуть 8x і 19x. Звідси, $30^2 + 50^2 = 2((8x)^2 + (19x)^2)$, $850x^2 = 3400$, x = 4. **Відповідь: 32 см і 76 см.**

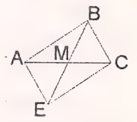


102. Позначимо меншу сторону паралелограма через x, тоді більша сторона буде x + 10. Звідси, $18^2 + 26^2 = 2(x^2 + (x+10)^2)$, $x^2 + 10x - 200 = 0$, x = 10 см. **Відповідь: 10 см і 20 см.**

103. На подовжені медіани AM відкладемо відрізок ME, рівний AM. З'єднаємо отриману точку E з вершинами C і B трикутника, отримаємо паралелограм. Тоді $6^2 + AE^2 = 2(12^2 + 10^2)$, AE = $2\sqrt{113}$ см. **Відповідь: медіана дорівнює $\sqrt{113}$ см.**

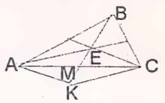


104. На подовжені медіани BM відкладемо відрізок ME, рівний BM. BE = 2 BM (за побудовою). Тоді $24^2 + AC^2 = 2(14^2 + 22^2)$, AC = 28 см. **Відповідь: AC = 28 см.**



105. Рішення аналогічне попередній задачі. $12^2 + x^2 = 2(12^2 + (8\sqrt{2})^2)$, x = 20 см. **Відповідь: 40 см.**

106. Медіани трикутника перетинаються і точкою перетину діляться у відношенні 2 : 1, тобто AE = 40 см, CE = 20 см. На подовжені BM відкладемо відрізок MK = EM. Тоді, $42^2 + EK^2 = 2(20^2 + 40^2)$; EK = $2\sqrt{559}$. Звідси, EM = $\sqrt{559}$ см, BM = $3\sqrt{559}$ см. **Відповідь: $3\sqrt{559}$ см.**



107. Припустимо, AB = a, BC = b і AC = c. Виразимо квадрат кожної медіани через

$a = \frac{c}{2\cos\frac{\alpha}{2}}$. Тоді $S = 2\frac{(\frac{c}{2\cos 15°})^2}{\text{tg}15°} = 2c^2$ см². **Відповідь: $S = 2c^2$ см².**

344. $a = 2R\sin\frac{180}{n} = 12\sin 22{,}5°$ см, $S = 2\frac{a^2}{\text{tg}\frac{180}{n}} = 72\sqrt{2}$ см². **Відповідь: $72\sqrt{2}$ см².**

345. $S_\Delta = \frac{1}{4}\sqrt{3}(\frac{P}{3})^2$; $S_\square = (\frac{P}{3})^2$; $S_{шест} = \frac{3}{2}\sqrt{3}(\frac{P}{3})^2$. $\frac{S_\Delta}{S_\square} = \frac{\frac{1}{36}\sqrt{3}P^2}{\frac{P^2}{9}} = \frac{\sqrt{3}}{4}$.;

$\frac{S_\Delta}{S_{шест}} = \frac{\frac{1}{36}\sqrt{3}P^2}{\frac{3}{18}\sqrt{3}P^2} = \frac{1}{6}$. $\frac{S_\square}{S_{шест}} = \frac{\frac{P^2}{9}}{\frac{3}{18}\sqrt{3}P^2} = \frac{2}{9}\sqrt{3}$.

346. Зовнішній кут правильного восьмикутника дорівнює 45°, отже ззовні восьмикутника утворилися рівнобедрені прямокутні трикутники. Тоді, сторона квадрата: $a = 2 + 2\cdot 2\frac{\sqrt{2}}{2} = 2(1+\sqrt{2})$ см. $S_\square = (2(1+\sqrt{2}))^2 = 4(3+2\sqrt{2})$ см².

Відповідь: $4(3+2\sqrt{2})$ см².

347. $R_\square = r_{шест}$. Тоді, $R = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 3$ см, $a = \frac{2}{3}\sqrt{3}R = 2\sqrt{3}$ см. $S = \frac{3}{2}\sqrt{3}(2\sqrt{3})^2 = 18\sqrt{3}$ см².

Відповідь: $18\sqrt{3}$ см².

348. В опуклому чотирикутнику добуток площ навхрест лежачих трикутників, утворених діагоналями чотирикутника, рівний. $S_{AOB}\cdot S_{COD} = S_{BOC}\cdot(S_{COD} - 9)$, тоді $S_{COD} = \frac{9\cdot 6}{(6\text{-}3)} = 18$ см². **Відповідь: 18 см².**

349. $p = \frac{4+6+8+12}{2} = 15$ см. Площа чотирикутника, навколо якого можна описати коло, знаходиться за формулою: $S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$.

$S = \sqrt{(15-4)(15-6)(15-8)(15-12)} = 3\sqrt{231}$ см². **Відповідь: $3\sqrt{231}$ см².**

350. $S(F') = k^2S(F'')$; $k = \frac{5}{7}$; $\frac{S(F')}{S(F'')} = (\frac{5}{7})^2 = \frac{25}{49}$. **Відповідь: $\frac{25}{49}$.**

351. Позначимо сторону одного трикутника через a, другого – $a\sin 60° = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Тоді $\frac{S(F)}{S(F')} = \frac{(\frac{1}{4}a^2\sqrt{3})^2}{(\frac{1}{4}(\frac{a\sqrt{3}}{2})^2\sqrt{3})^2} = \frac{4}{3}$. **Відповідь: $\frac{4}{3}$.**

352. Середня лінія ділить сторону та висоту трикутника навпіл і дорівнює половині основи, значить площі усіх утворених трикутників - рівні. Тоді площа даного: $S = 4S_\Delta = 4\cdot 5 = 20$ см². **Відповідь: 20 см².**

353. $\frac{S'_\Delta}{S''_\Delta} = k^2$; $k^2 = (\frac{4}{7})^2 = \frac{16}{49}$. $S''_\Delta = \frac{16}{49}\cdot 98 = 32$ см². **Відповідь: 32 см².**

354. $\frac{a'}{a''} = k = \frac{8}{12}$; $k^2 = \frac{4}{9}$; 1) дана площа меншого многокутника $S'' = \frac{9}{4}\cdot 60 = 135$ см²;.

2) дана площа більшого многокутника $S'' = \frac{4}{9}\cdot 60 = 26\frac{2}{3}$ см².

Відповідь: 135 см² або $26\frac{2}{3}$ см².

355. Пряма паралельна основі трикутника поділяє його на трикутник і трапе-

336. Центр вписаного кола лежить на перетині бісектрис кутів трапеції, отже $\Delta APO = \Delta AOM$, $\Delta PBO = \Delta BEO$, $\Delta EOC = \Delta COK$, $\Delta KOD = \Delta ODM$ (за другою ознакою). $OM = r = 8$ см, $\angle MAO = \angle POB = =30°$, тоді $AO = 2OM = 16$ см, $AM = 16\cos 30° = 8\sqrt{3}$ см. $BC = = 2PB = 8$ см,

$S = \frac{8+16\sqrt{3}}{2} \cdot 16 = \mathbf{64(1+2\sqrt{3})\ см^2}$.

337. $\angle DAB = 60°$, тоді $\angle OAM = 30°$, $AO = 2OM = EM = BK$, $AM = BK\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}BK$, $AD = BK\sqrt{3}$; $BE = PB = \frac{1}{2\sqrt{3}}BK$,

$BC = \frac{1}{\sqrt{3}}BK$. Тоді $\frac{\frac{1}{\sqrt{3}}BK + BK\sqrt{3}}{2}BK = 64\sqrt{3}$, $BK = 4\sqrt{6}$ см.

$AB = \frac{BK}{\cos 30°} = 8\sqrt{2}$ см. **Відповідь: $8\sqrt{2}$ см².**

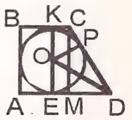
338. AK = 28 – HD (за умовою), через висоту знайдемо AK.

$26^2 - AK^2 = 30^2 - (28 - AK)^2$; $AK = 10$ см, $HD = 18$ см.

$26 - BE = BE + 10$, $BE = 8$ см; $30 - EC = EC + 18$, $EC = 6$ см.
Тоді $BC = 8 + 6 = 14$ см, $AD = 18 + 10 + 14 = 42$ см;

$BK = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24$ см. $S = \frac{14+42}{2} \cdot 24 = 672$ см². **Відповідь: 672 см².**

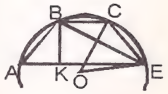
339. AE = 3 см, ED = 12 см (за умовою), тоді EK = 2AE = 6 см (AE – радіус, KE – діаметр). PD = ED = 12 см. ΔOKC і ΔEOD – подібні (за гострим кутом), звідси $\frac{KC}{OE} = \frac{KO}{ED}$, $KC = \frac{3 \cdot 3}{12} = \frac{3}{4}$ см. $BC = 3 + \frac{3}{4} = 3\frac{3}{4}$ см, .



$S = \frac{3\frac{3}{4}+15}{2} \cdot 6 = 56\frac{1}{4}$ см². **Відповідь: $56\frac{1}{4}$ см².**

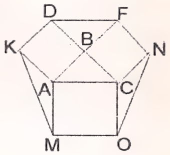
340. $\angle AEB = \frac{1}{2}\angle OEC = 30°$, BE = 2BK = 8 см. Площа трапеції дорівнює добутку півсуми основ на висоту, $\frac{BC+AE}{2} = KE$. $KE = 8\frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$ см.

$S = 4\sqrt{3} \cdot 4 = 16\sqrt{3}$ см². **Відповідь: $16\sqrt{3}$ см².**



341. Площа чотирикутника дорівнює половині добутку між його діагоналями на си-нус кута між ними $cd\sin\alpha = cd$, $\sin\alpha = 1$, $\alpha = 90°$. Отже, якщо діагоналі перпендикулярні, його площа дорівнює півдобутку діагоналей.

342. ΔABC – рівносторонній, значить ACOM = AKDB = BFNC, ΔAMK = ΔDFB = ΔNCO = ΔABC (за першою ознакою)
Знайдемо площі фігур з яких складається шестикутник.

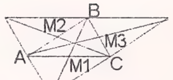


$S_{ABDK} = S_{CBFN} = a^2 = 4$ см², $S_{ABC} = S_{BDF} = \frac{1}{2}a^2 = 2$ см².

$S_{AKDFNC} = 3S_{ABDK} + 4S_{ABC} = 20$ см². **Відповідь: 20² см².**

343. $S = \frac{2a^2}{\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}$, де a – сторона шестикутника, α – центральний кут. Позначимо меншу діагональ – c. Виразимо сторону шестикутника через діагональ c:

сторони трикутника ABC. $c^2 + (2BM_1)^2 = 2(a^2 + b^2)$;



$BM_1{}^2 = \frac{2a^2+2b^2-c^2}{4}$. Аналогічно, $CM_2{}^2 = \frac{2c^2+2b^2-a^2}{4}$,

$AM_3{}^2 = \frac{2a^2+2c^2-b^2}{4}$. Тоді $AM_1 + BM_2 + CM_3 = \frac{3}{4}(a^2+b^2+c^2)$, звідси

$\frac{AM_1{}^2+BM_2{}^2+CM_3{}^2}{AB^2+BC^2+AC^2} = \frac{\frac{3}{4}(a^2+b^2+c^2)}{a^2+b^2+c^2} = \frac{3}{4}$. **Відповідь: $\frac{3}{4}$.**

108. $\frac{AB}{\sin\angle C} = \frac{BC}{\sin\angle A}$ (теорема синусів), $AC = \frac{4\sqrt{2}\cdot\sin\angle 45}{\sin\angle 60} = \frac{8}{3}\sqrt{3}$ см.

109. $\angle C = 180 - 120 - 15 = 45°$. $\frac{AB}{\sin\angle C} = \frac{BC}{\sin\angle A}$, $AC = \frac{6\sqrt{3}\cdot\sin\angle 45}{\sin\angle 120} = 6\sqrt{3}$ см.

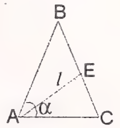
110. $\frac{AC}{\sin\angle B} = \frac{BC}{\sin\angle A}$, $\sin\angle B = \frac{9\cdot\frac{4}{5}}{7} = \frac{36}{35} > 1$. **Відповідь: ні.**

111. $\angle B = 180 - (\alpha+\gamma)$; $\sin(180 - (\alpha+\gamma)) = \sin(\alpha+\gamma)$.

$\frac{AB}{\sin\angle C} = \frac{AC}{\sin\angle B} = \frac{BC}{\sin\angle A}$; $\mathbf{AC} = \frac{c\cdot\sin(\alpha+\gamma)}{\sin\gamma}$; $BC = \frac{c\cdot\sin\alpha}{\sin\gamma}$.

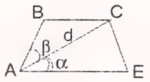
112. $AB = \frac{AC\sin 90°}{\sin\beta} = \frac{b}{\sin\beta}$; $\frac{AD}{\sin\angle ABD} = \frac{AB}{\sin\angle D}$; $\sin\angle ABD = \frac{m\sin\beta\sin\gamma}{b}$.

113. $\angle B = 180 - 2\alpha$, $\sin\angle B = \sin 2\alpha$. $CE = \frac{l\sin\frac{\alpha}{2}}{\sin\alpha}$; $BE = \frac{l\sin\frac{\alpha}{2}}{\sin 2\alpha}$;



$\mathbf{AB = BC} = \frac{l\sin\frac{3}{2}\alpha}{\sin\alpha}$; $\mathbf{AC} = \frac{l\sin\frac{3}{2}\alpha}{\sin 2\alpha}$.

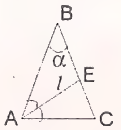
114. $\angle ACB = \alpha$, $\angle ACE = 180 - 2\alpha - \beta$, $\angle B = 180 - \beta - \alpha$.



$\frac{AC}{\sin\angle B} = \frac{BC}{\sin\beta} = \frac{AB}{\sin\alpha}$; $\mathbf{AB} = \frac{d\cdot\sin\alpha}{\sin(\beta+\alpha)}$; $\mathbf{BC} = \frac{d\cdot\sin\beta}{\sin(\beta+\alpha)}$.;

$\frac{AE}{\sin\angle ACE} = \frac{AC}{\sin\angle ACE}$; $\mathbf{AE} = \frac{d\cdot\sin(2\alpha+\beta)}{\sin(\alpha+\beta)}$.

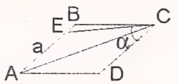
115. $\angle A = \angle C = 90 - \frac{\alpha}{2}$, $\angle AEB = 180 - (90 - \frac{\alpha}{2}) : 2 - \alpha = 135 - \frac{3}{4}\alpha$,



тоді $\angle AEC = 180 - 135 + \frac{3}{4}\alpha = 45 + \frac{3}{4}\alpha$. $\frac{AE}{\sin\angle B} = \frac{AB}{\sin\angle AEB}$;

$\mathbf{AB} = \frac{l\cdot\sin(135 - \frac{3}{4}\alpha)}{\sin\alpha}$. $\frac{AE}{\sin\angle C} = \frac{AC}{\sin\angle AEC}$; $\mathbf{AC} = \frac{l\cdot\sin(45 + \frac{3}{4}\alpha)}{\sin(90 - \frac{\alpha}{2})}$.

116. $\angle BCE = \frac{1}{5}\alpha$, $\angle BCE = \angle ACD = \frac{4}{5}\alpha$, $\angle ACE = \alpha - \frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha}{5} =$



$= \frac{3}{10}\alpha$. $\frac{AC}{\sin\angle B} = \frac{AB}{\sin\angle ACB}$; $AC = \frac{a\cdot\sin\alpha}{\sin\frac{\alpha}{2}}$. Звідси, $\angle AEC =$

$= 180 - \frac{3}{10}\alpha - \frac{\alpha}{2} = 180 - \frac{4}{5}\alpha$, $\mathbf{CE} = \frac{a \cdot \sin\alpha}{\sin\frac{4}{5}\alpha}$. $\mathbf{AE} = a - \frac{a \cdot \sin\frac{\alpha}{5}}{\sin\frac{4}{5}\alpha}$.

117. $\angle DBC = 180 - \alpha - \beta$; $\sin\angle DBC = \sin(\alpha+\beta)$. $\frac{CD}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{BD}{\sin\alpha}$;

$BD = \frac{b\ \sin(\alpha+\beta)}{\sin\alpha}$. За теоремою косинусів:

$$\mathbf{AB} = \sqrt{(b\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin\alpha})^2 + c^2 - 2 \cdot c \cdot b\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin\alpha}\cos\gamma}$$

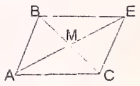
118. Позначимо меншу сторону через x, тоді більша буде x + 8.

$\frac{BC}{\sin\angle A} = \frac{AB}{\sin\angle C}$; $\frac{x}{\sin 30^\circ} = \frac{x+8}{\sin 45^\circ}$; $\frac{x}{x+8} = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $x = 8(1+\sqrt{2})$.

Відповідь: $8(1+\sqrt{2})$, $8(2+\sqrt{2})$.

119. З ΔABC: $\frac{AB}{\sin\alpha} = \frac{BC}{\sin\beta} = \frac{AC}{\sin\gamma}$. З цієї рівності випливає, що сторони обох даних трикутників відносяться однаково, отже вони подібні.

120. Подовжимо медіану AM так, щоб AM = EM. Тоді



$\angle B = 180 - \alpha - \beta$ (властивість паралелограма) З ΔABE:

$\frac{AE}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{AB}{\sin\beta} = \frac{BC}{\sin\alpha}$; $\mathbf{AB} = \frac{\mathbf{2m\ \sin\beta}}{\mathbf{\sin(\alpha+\beta)}}$; $\mathbf{AC} = \frac{\mathbf{2m\ \sin\alpha}}{\mathbf{\sin(\alpha+\beta)}}$.

$$BC = \sqrt{(\frac{2m\ \sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)})^2 + (\frac{2m\ \sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)})^2 - 2(\frac{2m\ \sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)})(\frac{2m\ \sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)})\cos(\alpha+\beta)} =$$

$$\frac{\mathbf{2m}}{\mathbf{\sin(\alpha+\beta)}}\sqrt{\sin^2\alpha + \sin^2\beta - 2\sin\alpha\sin\beta\cos(\alpha+\beta)}.$$

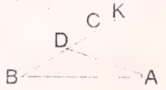
121. Проти більшої сторони лежить більший кут, отже $\angle B > \angle C > \angle A$.

122. $\angle B = 180 - 23 - 89 = 68°$. Проти більшого кута лежить більша сторона, отже BC > AC > AB.

123. Проти більшої сторони лежить більший кут, отже кут B, у будь якому випадку, має бути найбільшим. (180 – 59) : 2 = 60,5° > 59°. **Відповідь: ні.**

124. 1) $5^2 + 6^2 < 8^2$ (тупокутний); 2) $4^2 + 7^2 > 8^2$ (гострокутний);
3) $5^2 + 12^2 = 13^2$ (прямокутний).

125. З точки A на сторону BC опустимо висоту AK.
$\angle DCA > 90° = \angle DKA$. Проти меншого кута лежить менша сторона. Отже AD > AC.

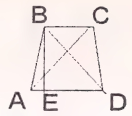


126. Подовжимо медіану AM за точку M на довжину рівну AM. ABCE – паралелограм, значить $\Delta ABE = \Delta BCE$. Проти більшого кута трикутника лежить більша сторона, отже AB > AC.

127. У даних трикутниках дві сторони рівні, а $\angle KMP > \angle EDF$. Кут між рівними сторонами тим більше чим більше протилежна йому сторона. Отже KP > FF.

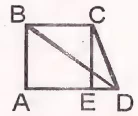
128. BD – висота, значить ΔABD і BCD – прямокутні. $\angle A = 90 - \angle ABD$; $\angle C = 90 - \angle CBD$; проти меншого кута лежить менша сторона, AD < CD значить $\angle ABD < \angle CBD$. Отже, $\angle BAD > \angle BCD$.

$AB = \sqrt{22 \cdot 50} = 10\sqrt{11}$ см. $AE = \frac{50-22}{2} = 14$ см, $BE = 2\sqrt{226}$ см.

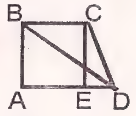


$S = \frac{22+50}{2} \cdot 2\sqrt{226} = 72\sqrt{226}$ см². **Відповідь: $72\sqrt{226}$ см².**

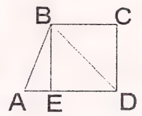
328. Менша основа дорівнює 50 – 14 = 36 см. ΔABD – рівнобедрений і прямокутний (BD – бісектриса), значить AB = AD = 50см.
$S = \frac{36+50}{2} \cdot 50 = 2150$ см². **Відповідь: 2150 см².**



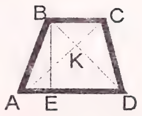
329. $\angle BCD = 150°$, значить $\angle ADC = 30°$. Катет проти кута 30° вдвічі менший за гіпотенузу, CE = 18 : 2 = 9 см, ED =
$= CD\cos 30° = 9\sqrt{3}$ см, тоді більша основа – $BC = 14\sqrt{3}$ см.
$S = \frac{5\sqrt{3}+14\sqrt{3}}{2} \cdot 9 = \frac{171}{2}\sqrt{3}$ см. **Відповідь: $\frac{171}{2}\sqrt{3}$ см.**



330. $CD = BE = \frac{4}{5}AB$, AE = 9 см (за умовою). Тоді $AB^2 - (\frac{4}{5}AB)^2 =$
$= 9^2$, AB = 15 см, BE = 12 см. $BC = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$ см,
AD = 5 + 9 = 14 см. $S = \frac{5+14}{2} \cdot 12 = 114$ см². **Відповідь: 114 см².**



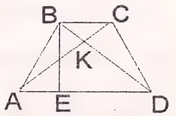
331. $\angle DAB = \angle ADC = 60°$, $\angle ADB = \angle CDB = 30°$ (за умовою). Позначимо бічну сторону через x. $\angle DBC = 30°$ (внутрішні навхрест лежачі кути), значить ΔBCD – рівнобедрений, BC = CD = x. Тоді, $AE = \frac{x}{2}$, відповідно AD = 2x.



Звідси, $x^2 - (\frac{x}{2})^2 = (4\sqrt{3})^2$; x = 8 см; AD = 16 см. $S = \frac{8+16}{2} \cdot 4\sqrt{3} = 48\sqrt{3}$ см².

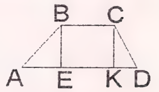
Відповідь: $48\sqrt{3}$ см².

332. Трапеція рівнобічна, з7начить ED дорівнює середній лінії трапеції, отже ABCK і ΔAKD – рівнобедрені, значить $\angle KBC = \angle KAD = 45°$; $\angle EBD = 90 - 45 = 45°$, отже ΔEBD також рівнобедрений, BE = ED = 8 см, $BD = 8\sqrt{2}$ см.



Площа чотирикутника дорівнює половині добутку діагоналей на синус кута між ними, $S = \frac{1}{2}(8\sqrt{2})^2 \sin 90° = 64$ см². **Відповідь: 64 см².**

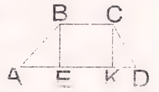
333. BE = AE = 8 см, $KD = CK\ tg60° = 8\sqrt{3}$. $AD = 4 + 8 + 8\sqrt{3} =$
$= (12 + 8\sqrt{3})$см. $S = \frac{4+12+8\sqrt{3}}{2}8 = 32(2+\sqrt{3})$ см².



Відповідь: $32(2+\sqrt{3})$ см².

334. Позначимо меншу основу трапеції через x. Тоді $\frac{x+3x}{2} \cdot 9 = 72$; x = 4 см, більша основа: 3 · 4 = 12 см. **Відповідь: 4 см і 12 см.**

335. Припустимо, AB = 13 см, BC = 15 см, CD = 20 см, AD = 36 см.
KD = 21 – AE, $13^2 - AE^2 = 20^2 - (21 - AE)^2$; AE = 5 см. Звідси, $BE = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$ см. $S = \frac{15+36}{2} \cdot 12 = 306$ см².



Відповідь: 306 см².

317. Кола попарно дотикаються, отже сторони трикутника дорівнюватимуть 20 см, 21 см і 23 см. Далі рішення аналогічне задачі №314. $\mathbf{S=\frac{\sqrt{6279}}{5}}$ **см²**.

318. Висоти, опущені з точки О, усіх цих трикутників рівні (радіуси). Тоді $\frac{2\cdot 90}{AB}=\frac{2\cdot 246}{BC}=\frac{2\cdot 168}{AC}$, звідси

$BC=\frac{41}{15}AB,\ AC=\frac{28}{15}AB.\ p=\frac{AB+\frac{41}{15}AB+\frac{28}{15}AB}{2}=\frac{42}{15}AB$, де p – полу периметр.

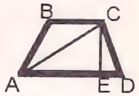
$(90+246+168)^2=\frac{42}{15}AB(\frac{42}{15}AB-AB)(\frac{42}{15}AB-\frac{41}{15}AB)(\frac{42}{15}AB-\frac{28}{15}AB)$, AB = 30 см, AC = 56 см, BC = 82 см. **Відповідь: 30 см², 56 см², 82 см².**

319. $S=\frac{12+15}{2}\cdot 6=81$ см². **Відповідь: 81 см².**

320. Позначимо висоту через x, тоді $\frac{9+11}{2}\cdot x=150;\ x=15$ см. **Відповідь: 15 см.**

321. Позначимо меншу основу трапеції через x, тоді більша –x + 9. $\frac{x+x+9}{2}8=92$, x = 7 см. **Відповідь: основи трапеції дорівнюють 7 см і 16 см.**

322. ∠ CAE = 30° (за умовою), значить $CE=\frac{1}{2}8\sqrt{3}=4\sqrt{3}$. Тоді $S=\frac{8+14}{2}\cdot 4\sqrt{3}=44\sqrt{3}$ см². **Відповідь: 44 $\sqrt{3}$ см².**

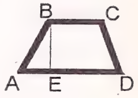


323. а) Висота трапеції дорівнює $AB\sin 60^\circ=6\sqrt{3}$ см, більша основа - $AD=6+\frac{1}{2}\cdot 12+\sqrt{(3\sqrt{21})^2-(6\sqrt{3})^2}=21$ см. $S=\frac{6+21}{2}\cdot 6\sqrt{3}=81\sqrt{3}$ см²;

б) $AD=\frac{CD}{\text{tg}30^\circ}=4\sqrt{3}$ см, $AC=2CD=8$ см. ΔABC – рівнобедрений, кут при основі 30°. Тоді $AB=BC=\frac{1}{2}\frac{AC}{\cos 30^\circ}=\frac{8\sqrt{3}}{3}$ см, $S=\frac{\frac{8}{3}\sqrt{3}+4\sqrt{3}}{2}\cdot 4=\frac{40}{3}\sqrt{3}$ см².

Відповідь: а) $81\sqrt{3}$ см²; б) $\frac{40}{3}\sqrt{3}$ см².

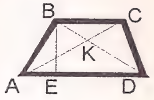
324. Трапеція рівнобічна, отже $AE=\frac{AD-BC}{2}=3$ см. Тоді $BE=\sqrt{17^2-3^2}=2\sqrt{70}$ см. $S=\frac{12+18}{2}\cdot 2\sqrt{70}=30\sqrt{70}$ см².



Відповідь: $30\sqrt{70}$ см².

325. (Мал. зад. №324). ∠ ABE = 120 – 90 = 30°, значить $AE=\frac{1}{2}AB=3$ см, $BE=AB\cos 30^\circ=3\sqrt{3}$ см. Трапеція рівнобічна, отже $AD=BC+2AE=16$ см. $S=\frac{10+16}{2}\cdot 3\sqrt{3}=39\sqrt{3}$ см². **Відповідь: $39\sqrt{3}$ см².**

326. Трапеція рівнобічна, отже $AE=\frac{AD-BD}{2}=7$ см. З ΔABD: $BD^2=25^2-AB^2$; з ΔABE і ΔBDE: $AB^2-9^2=BD^2-16^2$; Тоді $AB^2-9^2=25^2-AB^2-16^2$, AB = 15 см. BE = 12 см. $S=\frac{7+25}{2}\cdot 12=192$ см². **Відповідь: 192 см².**



327. AC – бісектриса, значить $\frac{AB}{BK}=\frac{AD}{DK},\ \frac{BC}{BK}=\frac{CD}{DK}$, звідси $\frac{BC}{CD}=\frac{AB}{AD}$,

129. $\frac{AB}{\sin\angle C}=\frac{BC}{\sin\angle A}$ (теорема синусів); $\sin\angle A=\frac{BC\sin\angle C}{AB}=\frac{\sqrt{2}}{2}$; **∠ A = 45°.**

130. $\frac{AC}{\sin\angle B}=\frac{BC}{\sin\angle A}$; $\sin\angle B=\frac{AC\sin\angle A}{BC}=\frac{\sqrt{3}}{2}$; **Відповідь: ∠ B = 60° або 120°.**

131. Бісектриса ділить протилежну сторону на відрізки пропорційні прилеглим до неї сторонам. Тоді:

1) позначимо BK через x. 8 : 15 = x : (8 – x); $x=\frac{64}{23}$. **BK = $2\frac{18}{23}$ см, KC = $5\frac{5}{23}$ см;**

2) BK : KC = AB : AC; AB : AC = 3 : 7; AB = 3 · 28 : 7 = 12 см. **AB = 12 см;**

3) позначимо AB через x, тоді AC = x + 9. 4 : 7 = x : (x + 9), x =12, AC = 9 + 12 = 21 см. **AC = 21 см, AB = 12 см;**

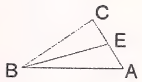
4) BK = AB – 2, CK = AC – 3. AB : (AB – 2) = AC : (AC – 3), AB : AC = 2 : 3; $BC=AC-3+AB-2=\frac{5}{3}AC-5,\ AC+\frac{2}{3}AC+\frac{5}{3}AC-5=25.$

AB = 6 см, BC = 10 см, AC = 9 см.

132. AB : BM = 9 : 5; AC : MC = 8 : 11, 9 : 5 ≠ 8 : 11, значить AM не є бісектрисою ∠ BAC, BM < CM. **Відповідь: ∠ BAM < ∠ CAM.**

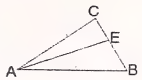
133. Бісектриса ділить катет у відношенні 2 : $\sqrt{3}$, значить відношення катета до гіпотенузи теж буде $\sqrt{3}$: 2. Отже, синус одного з гострих кутів дорівнює $\frac{\sqrt{3}}{2}$, значить кут дорівнює 60°. **Відповідь: 30° і 60°.**

134. AE : EC = 12 : 15 = 4 : 5 = AB : BC. Звідси BC = $\frac{4}{5}$ AB. Тоді (за теоремою Піфагора) $AB^2-(\frac{4}{5}AB)^2=(15+12)^2$, AB = 45 см, BC = 4 · 45 : 5 = 36 см. **Відповідь: 36 см і 45 см.**



135. BE : EC = 17 : 15, AB – AC = 4 см (за умовою). Звідси 17 : 15 = (AC + 4) : AC, AC = 30 см, AB = 30 + 4 = 34 см.

За теоремою Піфагора $BC=\sqrt{34^2-30^2}=16$ см.

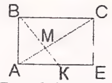


Відповідь: 16 см, 30 см і 34 см.

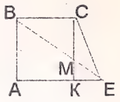
136. Позначимо меншу сторону трикутника через x, тоді інша – x +3. Тоді, $x^2-5^2=(x+2)^2-9^2$ (за теоремою Піфагора); x = 13 см, інша сторона дорівнює 13 + 3 = 16 см.. Позначимо, менший відрізок через y, тоді більший – 14 – y. y : (14 – y) = 13 : 16, $y=6\frac{8}{29}$ см, тоді більший відрізок дорівнює – $14-6\frac{8}{29}=7\frac{21}{29}$. **Відповідь: $6\frac{8}{29}$ см і $7\frac{21}{29}$ см.**

137. Діагональ прямокутника розбиває його на два рівних прямокутних трикутника, значить відрізки, на які бісектриса розбиває діагональ відносяться як 3 : 4 (властивість бісектриси), AM = $\frac{3}{4}$ MC. Тоді MC – $\frac{3}{4}$ MC= 5, MC = 20 см, AM = 20 + 5 = 25 см. **Відповідь: 20 см і 25 см.**

138. BK – бісектриса, значить AB : AM = BC : MC = 3 : 4, AB = $=\frac{3}{4}BC$. За теоремою Піфагора $BC^2+(\frac{3}{4}BC)^2=70^2$; BC = 56 см, тоді AB = 42 см. ∠ ABK = ∠ AKB = 45°. Тоді AK = AB = 42 см, KE = 14 см. **Відповідь: 42см і 14 см.**



139. ΔMKE і ΔBCM – подібні (за двома кутами). Звідси $BC : KE = MC : MK$, $KE = \frac{4}{5}BC$. $CE = BC$ (за умовою), $EK^2 = CE^2 - 729$;

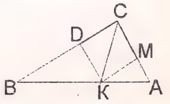


$BC^2 - 729 = \frac{16}{25}BC^2$, $BC = AK = CE = 45$ см. $EK = 4 \cdot 45 : 5 = 36$ см.

$AE = 36 + 45 = 81$ см. $AB = \sqrt{45^2 - 36^2} = 27$ см.

Відповідь: 45 см, 45 см, 27 см і 81 см.

140. CK – діагональ квадрата, значить і бісектриса $\angle C$. Тоді,

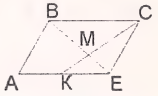


$AC : AK = BC : BK$, $AK : BK = 21 : 28 = 3 : 4$; $AK = \frac{3}{4}BK$.

$AB = \sqrt{28^2 + 21^2} = 35$ см. $BK + \frac{3}{4}BK = 35$, $BK = 20$ см,

$AK = 3 \cdot 20 : 4 = 15$ см. **Відповідь: 15 см і 20 см.**

141 ΔBCM і ΔKME – подібні (за двома кутами), значить



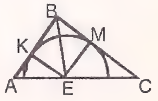
$\frac{KM}{MC} = \frac{ME}{BM} = \frac{KE}{BC}$. CE – бісектриса, отже $\frac{BM}{BC} = \frac{ME}{CE}$. Звідси,

$\frac{CE}{BC} = \frac{KE}{BC}$, $CE = KE = 9$ см. $BE^2 = CE^2 + BC^2 - 2CE \cdot BC\cos 60° = 441$, $BE = 21$ см.

$ME : BM = 9 : 24 = 3 : 8$, $ME = \frac{3}{8}BM$. $BM + \frac{3}{8}BM = 21$, $BM = 15\frac{3}{11}$ см.

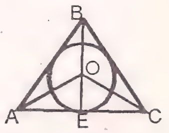
Відповідь: $5\frac{8}{11}$ см і $15\frac{3}{11}$ см.

142. ΔBEK і ΔBME – прямокутні і рівні (EK і EM – радіуси, BE – спільна), звідси $\angle KBE = \angle MBE$, значить BE – бісектриса $\angle ABC$. Тоді $AB : AE = BC : EC$, $AB = \frac{3}{4}BC$; $\frac{5}{4}BC = 35$,



$BC = 28$ см, $AB = 21$ см. **Відповідь: 21 см і 28 см.**

143. Центр вписаного у трикутник кола лежить на перетині бісектрис, тобто AO, BE і CO - бісектриси. $AC = 2AE$, $BO = OE + 2$, $AB : AC = AB : 2AE = 5 : 8$, $AB = \frac{5}{4}AE$. $\frac{EO}{BO} = \frac{4}{5}$;



$EO = 8$ см, $BO = 10$ см. Звідси, $\frac{25}{16}AE^2 - AE^2 = 18^2$,

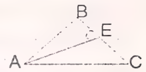
$AE = 24$ см, $AC = 48$ см. $AB = 24 \cdot 5 : 4 = 30$ см. **Відповідь: 30 см, 30 см і 48 см.**

144. (Мал. до задачі №143). $BO : OE = 9 : 4$ (за умовою), значить $AB : AE = 9 : 4$, $AE = 18 \cdot 4 : 9 = 8$ см, $AC = 16$ см. **Відповідь: 16 см.**

145. (Мал. до задачі №143). $AC = 2AE = AB + 15$ (за умовою), $BO : OE = 5 : 4$. Тоді $AB : AE = 5 : 4$, $AB = \frac{5}{4}AE$. Звідси, $\frac{5}{4}AE + 15 = 2AE$, $AE = 20$ см,

$AC = 40$ см, $AB = 25$ см. $P = 25 + 25 + 40 = 90$ см. **Відповідь: 90 см.**

146. $AC : AB = CE : BE$, $AB = \frac{3}{4}AC$ (властивість бісектриси).



$AB^2 = BE^2 + 16^2 - 32BE\cos 60°$, $AC^2 = 16^2 + EC^2 - 32EC\cos 120°$

(теорема косинусів); $16(BE^2 + 16^2 - 16BE) = 9(\frac{16}{9}BE^2 + 16^2 + \frac{16 \cdot 4}{3}BE)$;

$BE = 4$ см, $EC = 3$ см. **Відповідь: 7 см.**

147. $a = 5\sqrt{3}$ см, $\angle\alpha = 120°$ (за умовою). $R = \frac{5\sqrt{3} \cdot 2}{2 \cdot \sqrt{3}} = 5$ см. **Відповідь: 5 см.**

148. У прямокутному трикутнику, центр описаного кола лежить на гіпотенузі і ділить її навпіл $R = \frac{c}{2\sin 90°} = \frac{c}{2}$. **Відповідь: $\frac{c}{2}$ см.**

308. Ромб розбивається кожною діагоналлю на два рівних рівнобедрених трикутника, значить $S_{ромба} = 2S_\Delta$. $S_{ромба} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$ см^2. **Відповідь: $10\sqrt{2}$ см^2.**

309. Позначимо меншу діагональ ромба – x, тоді більша – x + 10 (за умовою).

$(\frac{x}{2})^2 + (\frac{x}{2} + 5)^2 = 25^2$; $x = 30$ см. $S = 2S_\Delta = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot \frac{30+10}{2} = 600$ см^2.

Відповідь: 600 см^2.

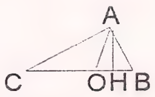
310. Позначимо меншу сторону ромба – a, дану діагональ – d, $a = \frac{5}{8}d$ (за умовою). Знайдемо діагональ ромба $2\sqrt{(\frac{5}{8}d)^2 - (\frac{d}{2})^2} = \frac{3}{4}d$. $S = ah_a = \frac{5}{8}d \cdot 24 = 15d$;

$S = 2S_\Delta = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}d \cdot \frac{d}{2} = \frac{3}{8}d^2$; $\frac{3}{8}d^2 = 15d$, $d = 40$ см, $S = 600$ см^2. **Відповідь: 600 см^2.**

311. Даний перпендикуляр є висотою рівнобедреного трикутника на бічну сторону, $\sqrt{15^2 - 8^2} = \sqrt{161}$ см. Тоді $S = 2S_\Delta = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot \sqrt{161} = 15\sqrt{161}$ см^2.

Відповідь: $15\sqrt{161}$ см.

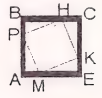
312. $\angle AOB = 75°$, значить $\angle AOC = 105°$, $\angle ACO = 30°$. З ΔACH і ΔABH: $AC = 2AH$, $AB = \frac{AH}{\sin 60} = \frac{2\sqrt{3}AH}{3}$. Тоді



$\frac{1}{2}2AH\frac{2\sqrt{3}AH}{3} = 24$, $AH = 6\sqrt[4]{3}$ см. $AB = \frac{2\sqrt{3} \cdot 6\sqrt[4]{3}}{3} = 4\sqrt[4]{27}$ см,

$AC = 2 \cdot 6\sqrt[4]{3} = 12\sqrt[4]{3}$ см. **Відповідь: $12\sqrt[4]{3}$ см і $4\sqrt[4]{27}$ см.**

313. Сторони побудованого квадрата утворюють зі сторонами даного чотири рівні прямокутні трикутника з гострими кутами 30° і 60° (за умовою). Позначимо сторону PH через x, тоді $BH = x\sin 60°$,



$BP = x\sin 30°$. $x^2 + 4(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}x) = 1^2$; $S = x^2 = 4 - 2\sqrt{3}$ см^2.

Відповідь: $4 - 2\sqrt{3}$ см^2.

314. Побудуємо висоту до більшої сторони, один з відрізків, на які висота ділить сторону, позначимо x, тоді інший – 15 – x. $14^2 - (15 - x)^2 = 13^2 - x^2$;

$x = 6,6$ см. Тоді висота буде $h = \sqrt{13^2 - (\frac{33}{5})^2} = 11,2$ см. $S = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 11,2 = 84$ см^2.

Відповідь: 84 см^2.

315. Позначимо менший відрізок – y, тоді другий – (y + 3). Третя сторона:

$\frac{y}{y+3} = \frac{14}{21}$; $y = 6$ см (властивість бісектриси). Побудуємо висоту з тієї ж вершини, що і бісектрису. Аналогічно попередній задачі,

$21^2 - (15 + x)^2 = 14^2 - x^2$; $x = \frac{2}{3}$ см. Висота: $h = \sqrt{14^2 - (\frac{2}{3})^2} = \frac{4}{3}\sqrt{110}$ см.

$S = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot \frac{4}{3}\sqrt{110} = 10\sqrt{110}$ см^2. **Відповідь: $10\sqrt{110}$ см^2.**

316. Висота трикутника побудована до найменшої сторони є найбільшою. Аналогічно задачі №314, $11^2 - (9 - x)^2 = 10^2 - x^2$; $x = \frac{10}{3}$ см. Тоді висота буде

$h = \sqrt{10^2 - (\frac{10}{3})^2} = \frac{20}{3}\sqrt{2}$ см. **Відповідь: $\frac{20}{3}\sqrt{2}$ см.**

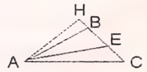
$S_{BCE} = \frac{1}{2} 9\cdot 3 = 13{,}5$ см^2; $S_{AEF} = 37$ см^2. **Відповідь: 37 см^2.**

298. Аналогічно попередній задачі, знайдемо площу прямокутника, описаного навколо даного трикутника і віднімемо площі зайвих трикутників.
$S_\Delta = 5\cdot 6 - \frac{1}{2}\cdot 5\cdot 4 - \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 4 - \frac{1}{2}\cdot 1\cdot 6 = 13$. **Відповідь: 13.**

299. Позначимо сторону квадрата через x, $S_{ABC} = \frac{1}{2}\cdot 6\cdot 3 = 9$ см^2. Тоді
$x^2 = 9 - \frac{1}{2}(3-x)x - \frac{1}{2}(6 - x - AK)x - \frac{1}{2}xAK$, x = 2 см. Звідси,
$S_{KDEF} = 2^2 = 4$ см^2. **Відповідь: 4 см^2.**

300. Введемо коефіцієнт пропорційності x, тоді BK = 4x, KM = 3x (за умовою).
$S_{ABC} = S_{ABK} + S_{BCK} + S_{AKM} + S_{CKM}$, висоти усіх чотирьох трикутників опущені з вершин A і C рівні, основи відносяться як 4 : 3, отже їхні площі трикутників, які лежать по одну сторону від медіани, також відносяться як 4 : 3. $2S_{ABK} + 2\cdot\frac{3}{4}S_{ABK} = 98$, $S_{ABK} = 28$ см^2 $S_{AKM} = 21$ см^2.
Відповідь: 21 см^2, 21 см^2, 28 см^2 і 28 см^2.

301. Бісектриса кута A ділить ΔABC на ΔABE і ΔAEC. У цих трикутників висота AH, опущена на сторону BC, є спільною.



$\frac{S_{ABE}}{S_{AEC}} = \frac{\frac{1}{2}AH\cdot BE}{\frac{1}{2}AH\cdot EC} = \frac{BE}{EC} = \frac{7}{4}$. За властивістю бісектриси трикутника: $\frac{AC}{AB} = \frac{EC}{BE} = \frac{4}{7}$.
Відповідь: 4 : 7.

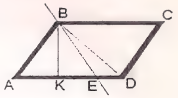
302. $h_{OB} = 5\sin\angle COB$, $h_{AO} = 6\sin\angle AOD$, $\angle AOD = \angle COB$ (вертикальні кути).
$\frac{S_{AOD}}{S_{OCB}} = \frac{\frac{1}{2}9\cdot 6\sin\angle AOD}{\frac{1}{2}4\cdot 5\sin\angle AOD} = \frac{27}{10}$. **Відповідь: 27 : 10.**

303. $S_{BACD} = S_{OBD} - S_{AOC}$. $S_{OBD} = \frac{1}{2}(5+7)(3+8)\sin\angle BOD = 66\sin\angle BOD$;
$S_{AOC} = \frac{1}{2}8\cdot 5\sin\angle BOD = 20\sin\angle BOD$. $S_{BACD} = \sin\angle BOD(66-20) = 46\sin\angle BOD$.
$\frac{S_{BOD}}{S_{BACD}} = \frac{66\sin\angle BOD}{46\sin\angle BOD} = \frac{33}{23}$. **Відповідь: 33 : 23.**

304. Позначимо сторону квадрата через x. Тоді, $x^2 = 154$, $x = \sqrt{154}$; $EB = \frac{2\sqrt{154}}{11}$ і $BF = \frac{2\sqrt{154}}{7}$, ΔEBF – прямокутний, отже $S_{EBF} = \frac{1}{2}\cdot\frac{2\sqrt{154}}{11}\cdot\frac{2\sqrt{154}}{7} = 4$. см^2.
Відповідь: 4 см^2.

305. Висоти новоутворених трикутників, проведених з вершини, через яку проходить пряма, рівні. Значить площі утворених трикутників будуть відноситись так, як і їхні основи. 1) **поділити основу у відношенні 1:3**; 2) **поділити 4:5**.

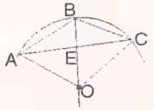
306. $\frac{S_{ABE}}{S_{BCDE}} = \frac{3}{5}$ (за умовою), нехай BK = h. $S_{ABE} = \frac{1}{2}AE\cdot h$,



$S_{BDE} = \frac{1}{2}ED\cdot h$, $S_{BCD} = \frac{1}{2}(AE + ED)h$.
$S_{BCDE} = S_{BCD} + S_{BDE} = \frac{1}{2}h(AE + 2ED)$. $\frac{\frac{1}{2}AE\cdot h}{\frac{1}{2}h(AE+2ED)} = \frac{3}{5}$. ED $= \frac{1}{3}$.

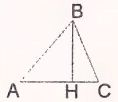
307. Рішення у збірнику задач на стор. 134.

149. $\frac{a}{\sin\alpha} = 2R$; $\frac{a}{R} = 2\sin\alpha = 1$; $\sin\alpha = \frac{1}{2}$; $\alpha_1 = 30°$, $\alpha_2 = 150°$.

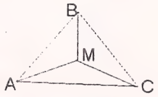


1) $a^2 = 8^2 + (2\sqrt{3})^2 - 2\cdot 8\cdot 2\sqrt{3}\cos 30° = 28$, $a = 2\sqrt{7}$ см;
2) $a^2 = 8^2 + (2\sqrt{3})^2 - 2\cdot 8\cdot 2\sqrt{3}\cos 150° = 124$, $a = 2\sqrt{31}$ см.
Відповідь: $2\sqrt{7}$ см або $2\sqrt{31}$ см.

150. BH – висота, отже ΔHBCK – прямокутний, у прямокутному трикутнику центр описаного кола лежить на гіпотенузі і ділить її навпіл. Тоді BC = 2r = 8 см. ∠ A = 180 – 77 – 73 = = 30°, $\frac{BC}{\sin\angle A} = 2R$. $R = \frac{8}{2\cdot 0{,}5} = 8$ см. **Відповідь: 8 см.**



151. $\frac{a}{\sin\alpha} = 2R$, $AB = 2R\sin\alpha$. $\angle AMB = 90 + \frac{\alpha}{2}$ (стор. 133, збірника задач). Тоді $R_{AMB} = \frac{2R\sin\alpha}{2\sin(90+\frac{\alpha}{2})} = \frac{R\sin\alpha}{\cos\frac{\alpha}{2}}$.

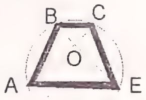


152. AC = 12 см, AB = BC = 10 см (за умовою), AE = 6 см. Тоді sin∠ ABE = $\frac{AE}{AB} = \frac{3}{5}$, ∠ ABE = 37°; ∠ ABC = 74°. $\frac{a}{\sin\alpha} = 2R$; $\frac{AC}{\sin 74°} = 2R$; R=6,2 см.
Відповідь: 6,2 см.

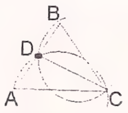
153. Подовжимо бічні сторони трапеції до їх перетину, центр вписаного у трикутник кола лежить на перетині його бісектрис. Тоді ΔPOE = ΔEOM і ΔOHC = ΔOCM (за третьою ознакою), CE = $\frac{1}{2}$ BC + $\frac{1}{2}$ AE = 15 см. AK = (24 – 6) : 2 = 9 см

(властивість рівнобічної трапеції), BK = $\sqrt{AB^2 - AK^2}$ = 12 см, sin∠ KAB = = $\frac{KB}{AB} = \frac{4}{5}$. KE = AE – AK = 15 см. BE = $\sqrt{BK^2 + KE^2} = 3\sqrt{41}$ см. Отже,
$R = \frac{BE}{2\sin\angle KAB} = \frac{15\sqrt{41}}{8}$ см. $r = \frac{BK}{2} = 6$ см. **Відповідь: $\frac{15\sqrt{41}}{8}$ см і 6 см.**

154. ΔAOE і ΔBOC – рівнобедрені (властивість рівнобічної трапеції) і прямокутні (за умовою), тоді ∠ AEB = 45°. ΔABE – вписаний, $R = \frac{AB}{2\sin\angle AEB} = \frac{5\sqrt{2}}{2\frac{\sqrt{2}}{2}} = 5$ см. **Відповідь: 5 см.**



155. З ΔADC: $R_{ADC} = \frac{DC}{2\sin\angle A}$. З ΔBDC: $R_{BDC} = \frac{DC}{2\sin\angle B}$. Звідси,
$\frac{R_{ADC}}{R_{BDC}} = \frac{\frac{DC}{2\sin\angle A}}{\frac{DC}{2\sin\angle B}} = \frac{\sin\angle B}{\sin\angle A}$. **Відповідь: відношення радіусів кіл, описаних навколо ΔADC і ΔBDC залежить тільки від величини кутів, прилеглих до AB і не залежить від вибору точки D.**



156. За теоремою синусів: $\frac{AC}{\sin\angle B} = \frac{AB}{\sin\angle C} = \frac{BC}{\sin\angle A}$;
1) BC = 12 · sin 39° : sin 74° = **7,9 см**, ∠ B = 180 – 39 – 74 = **67°**, AC = **8,2 см**;
2) ∠ A = 180 – 21 – 56 = **103°**, AC = 6 · sin 21° : sin 103° = **2,2 см**, BC = **2,6 см**;
3) $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC\cdot BC\cdot\cos 80° = 108$. AB = **10,4 см**,
sin∠ A = 9 · sin 80° : 10,4 = 0,85, ∠ A = **58°**, ∠ B = 180 – 80 – 58 – 42°;
4) $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB\cdot BC\cdot\cos 100° = 102{,}9$, AC = **10,1 см**,
sin∠ C = 8 · sin 100° : 10,1 = 0,78, ∠ C = **51°**, ∠ A = 180 – 100 – 51 = **29°**;

5) $\cos\angle A = \frac{AB^2+AC^2-BC^2}{2\cdot AB\cdot AC} \approx 0{,}198$, $\angle A = $ **79°**, $\cos\angle B = 0{,}49$, $\angle B = $ **61°**,
$\angle C = 180 - 61 - 79 = $ **40°**;

6) $\cos\angle A = 0{,}725$, $\angle A = $ **44°**, $\cos\angle B = -0{,}179$, $\angle B = $ **100°**, $\angle C = $ **36°**;

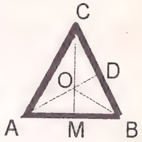
7) $\sin\angle B = 8\cdot\sin 130° : 5 = 1{,}22$, синус більше одиниці. Задача не має рішення;

8) $\sin\angle B = 6\cdot\sin 10° : 8 = 0{,}13$, $\angle B = $ **8°**, $\angle A = $ **162°**, BC = **14,2 см**;

9) $\sin\angle A = 8\cdot\sin 10° : 7 = 0{,}198$, $\angle A = $ **11°**, $\angle C = $ **159°**, AB = **14,4 см**;

10) $\sin\angle A = 8\cdot\sin 70° : 3 = 1{,}51$ синус більше одиниці. Задача не має рішення.

157. 1) $\angle C = 180 - 50 - 50 = 80°$, $AC = \frac{8\cdot\sin 50°}{\sin 80°} = $ **6,2 см**; 2) $\angle ADB = 180 - 50 - 25 = 105°$, $AD = AB\sin 50 : \sin 105 = $ **6,3 см**;



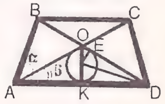
3) $AM = 8 : 2 = $ **4 см**, $AC = 6{,}2$ см, $CM = \sqrt{6{,}2^2 - 4^2} = $ **4,7 см**;

4) ΔOBM – прямокутний, $OM = BM\,\mathrm{tg}\angle\frac{B}{2} = $ **1,9 см**;

5) $R = \frac{AB}{2\sin\angle C} = $ **4,1 см.**

158. 1) $\angle ACD = \angle ABD = 180 - \alpha - \beta$, $\angle OCB = \angle BOC = \beta$, $\angle ABC = 180 - \alpha$.

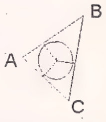
$\frac{CD}{\sin\beta} = \frac{AC}{\sin\alpha}$, $AC = \frac{m\cdot\sin\alpha}{\sin\beta}$; 2) $\frac{BC}{\sin\angle BAC} = \frac{AC}{\sin\angle ABC}$, $BC = \frac{\frac{m\cdot\sin\alpha}{\sin\beta}\sin(\alpha-\beta)}{\sin(180-\alpha)} = \frac{m\cdot\sin(\alpha-\beta)}{\sin\beta}$,



$\frac{AD}{\sin\angle ACD} = \frac{AC}{\sin\angle ADC}$, $AD = \frac{\frac{m\cdot\sin\alpha}{\sin\beta}\sin(180-\alpha-\beta)}{\sin\alpha} = \frac{m\cdot\sin(\alpha+\beta)}{\sin\beta}$,

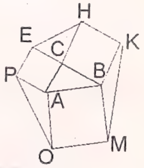
3) $R = \frac{m}{2\sin\beta}$; 4) ED=KD= AD : 2, $r = ED\,\mathrm{tg}\frac{\angle ADB}{2} = \frac{m\sin(\alpha+\beta)}{\sin\beta}\mathrm{tg}\frac{\beta}{2}$.

159. Дуги відносяться як 7 : 8 : 9, значить протилежні їм кути трикутника відносяться як 7 : 8 : 9. Введемо коефіцієнт пропорційності x, тоді 7x + 8x + 9x = 180, x = 7,5. Звідси, $\angle B = 52{,}5°$, $\angle C = 60°$ і $\angle A = 67{,}5°$. За теоремою синусів:



$AB = \frac{AC\ \sin\angle C}{\sin\angle B} = 4{,}4$ см; $BC = \frac{AC\ \sin\angle A}{\sin\angle B} = 4{,}7$ см. **Відповідь: 4,4 см і 4,7 см.**

160. Позначимо кут ACB через α, $\alpha = 180 - \gamma - \beta$. Тоді



$AC = \frac{a\ \sin\beta}{\sin(\gamma+\beta)}$; $AB = \frac{a\ \sin\gamma}{\sin(\gamma+\beta)}$. Побудовані фігури – квадрати, отже їх кути дорівнюють 90°. Звідси, $\angle ECH = 360 - 180 - \gamma = 180 - \gamma$, $\angle KBM = 180 - \beta$, $\angle PAO = \gamma + \beta$. За теоремою косинусів знайдемо сторони EH трикутника ECH:

$EH = \sqrt{EC^2 + CH^2 - 2EC\cdot CH\cos\angle ECH} = a\sqrt{(\frac{\sin\beta}{\sin(\beta+\gamma)})^2 + 1 + 2\frac{\sin\beta}{\sin(\beta+\gamma)}\cos\gamma}$.

$PO = \sqrt{(\frac{a\ \sin\beta}{\sin(\beta+\gamma)})^2 + (\frac{a\ \sin\gamma}{\sin(\beta+\gamma)})^2 - 2\frac{a\ \sin\beta}{\sin(\beta+\gamma)}\frac{a\ \sin\gamma}{\sin(\beta+\gamma)}\cos(\gamma+\beta)} =$

$= \frac{a}{\sin(\beta+\gamma)}\sqrt{\sin^2\beta + \sin^2\gamma - 2\sin\beta\sin\gamma\cos(\gamma+\beta)}$

$KM = \sqrt{KB^2 + BM^2 - 2KB\cdot BM\cos\angle MBK} = a\sqrt{(\frac{\sin\gamma}{\sin(\beta+\gamma)})^2 + 1 + 2\frac{\sin\gamma}{\sin(\beta+\gamma)}\cos\beta}$;

$P = a(\sqrt{(\frac{\sin\beta}{\sin(\beta+\gamma)})^2 + 1 + 2\frac{\sin\beta}{\sin(\beta+\gamma)}\cos\gamma} + \sqrt{(\frac{\sin\gamma}{\sin(\beta+\gamma)})^2 + 1 + 2\frac{\sin\gamma}{\sin(\beta+\gamma)}\cos\beta} +$

$= \frac{1}{2}BC\sin\angle A$. $S_{ABO} = S_{COD} = \frac{1}{4}AB\cdot BC\sin\angle A$, $S_{BCO} = S_{AOD} = \frac{1}{4}AB\cdot BC\sin\angle A$.

288. Бокова сторона трикутника дорівнює 26 см (за умовою). Тоді

$h_a^2 - 18^2 = (\frac{a}{2})^2 - 8^2$; $h_a = \sqrt{\frac{a^2}{4} + 260}$. $(\sqrt{\frac{a^2}{4} + 260})^2 + (\frac{a}{2})^2 = 26^2$;

$a = 8\sqrt{13}$ см, $h_a = \sqrt{\frac{(8\sqrt{13})^2}{4} + 260} = 6\sqrt{13}$ см. $S = \frac{1}{2}\cdot 8\sqrt{13}\cdot 6\sqrt{13} = $ **312 см²**.

289. $a = 1{,}5h_a$ (за умовою) $h_a^2 + (\frac{3}{4}h_a)^2 = 50^2$; $h_a = 40$ см, a = 60см. Звідси

$S = \frac{1}{2}\cdot 60\cdot 40 = 1200$ см². **Відповідь: 1200 см².**

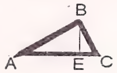
290. Припустимо, a – бічна сторона, b – основа, h_b – висота до основи.
$b = 2h_b\mathrm{tg}60°$; $\frac{1}{2}\cdot 2h_b\mathrm{tg}60°\cdot h_b = 72\sqrt{3}$, $h_b = 6\sqrt{2}$ см, $b = 2\cdot 6\sqrt{2}\cdot\sqrt{3} = 12\sqrt{6}$ см,

$a = \frac{h_b}{\sin 30°} = 12\sqrt{2}$ см. **Відповідь: $12\sqrt{6}$ см, $12\sqrt{2}$ см.**

291. Введемо коефіцієнт пропорційності x, тоді $(3x)^2 + (4x)^2 = 35^2$; x = 7 см.
Отже, катети дорівнюють 21 см і 28 см. Звідси $S = \frac{1}{2}\cdot 21\cdot 28 = 294$ см².
Відповідь: 294 см².

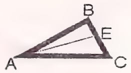
292. Позначимо невідомий катет – x, тоді гіпотенуза – (x + 4). Тоді,
$(x+4)^2 - x^2 = 16^2$; x = 6 см. Звідси $S = \frac{1}{2}\cdot 6\cdot 16 = 48$ см². **Відповідь: 48 см².**

293. AE = EC + 10 (за умовою), ΔABE і ΔBCE - подібні. За ознакою тангенса $\frac{EC}{12} = \frac{12}{EC+10}$; EC = 8 см, AE = 18 см, AC = 18 + 8 = 26 см.



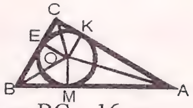
$S = \frac{1}{2}\cdot 12\cdot 26 = 156$ см². **Відповідь: 156 см².**

294. $\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{EC} = \frac{8}{17}$ (властивість бісектриси), $AB = \frac{8}{17}AC$. Звідси,



$AC^2 - (\frac{8}{17}AC)^2 = 75^2$, AC=85 см, AB = 40 см. $S = \frac{1}{2}\cdot 40\cdot 75 = 1500$ см².
Відповідь: 1500 см².

295. Центр вписаного кола лежить у точці перетину бісектрис. ΔAOK = ΔAOM і ΔCOK = ΔCOE і ΔBEO = ΔBOM (за другою ознакою рівності трикутників). Позначимо, CK через x, тоді AC = 24 + x, BC = 10 + x. (EBKO – квадрат). Отже, $(24 + x)^2 + (10 + x)^2 = 34^2$, x = 6 см; AC = 30 см, BC = 16 см.



$S = \frac{1}{2}\cdot 30\cdot 16 = 240$ см². **Відповідь: 240 см².**

296. Центр вписаного кола лежить у точці перетину бісектрис, $\angle ABC = 30°$. Тоді, $\angle OAC = (90 - 30) : 2 = 30°$. У прямокутному трикутнику катет проти кута 30° вдвічі менший за гіпотенузу, значить $OK = \frac{1}{2}AO = 4$ см. Тоді AK =
$= \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}$ см. $AC = 4\sqrt{3} + 4 = 4(\sqrt{3}+1)$ см. Отже, $AB = 8(\sqrt{3}+1)$ см,
$BC = 4(\sqrt{3}+3)$ см; $S = \frac{1}{2}4(\sqrt{3}+1)\cdot 4(\sqrt{3}+3) = $ **$16(3+2\sqrt{3})$ см²**.

297. Трикутники ABK, BCE і KFD – прямокутні, $S_{BEFK} = S_{ABCD} - S_{ABK} - S_{BCE} - S_{KFD}$.
$S_{ABCD} = 9^2 = 81$ см², $S_{ABK} = \frac{1}{2}\cdot 9\cdot 4 = 18$ см², $S_{KFD} = \frac{1}{2}\cdot(9-4)\cdot 5 = 12{,}5$ см²,

269. $S_{\square} = a^2$, $S_{\varpi} = ah_a$; $h_a = a\sin 45° = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$. $\frac{S_{\square}}{S_{\varpi}} = \frac{a^2}{\frac{a^2\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{2}$ **Відповідь: $\sqrt{2}$.**

270. $S_1 = 4\cdot5=20$ см^2, $S_2 = 6\cdot3=18$ см^2, $20 \neq 18$, $S_1 \neq S_2$. **Відповідь: ні, не існує.**

271. Висоти перпендикулярні сторонам, отже кут між сторонами також буде 30°. $h_b = a\sin 30° = 12$ см; $S = 30\cdot12 = 360$ см^2. **Відповідь: 360 см².**

272. $a = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$ см, S = 16 · 6 = 96 см². **Відповідь: 96 см².**

273. $S = ah_a$, $S = bh_b$; $ah_a = bh_b$, $\frac{a}{b} = \frac{h_b}{h_a}$. Ми отримали зворотну залежність, значить чим менша сторона, тим більша висота проведена до неї.

274. $S = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}\cdot12\cdot2{,}5=15$ см^2. **Відповідь: 15 см².**

275. $a = \frac{2S}{h_a} = \frac{2\cdot98}{14} = 14$ см. **Відповідь: 14 см.**

276. У прямокутному трикутнику катет є висотою проведеною до іншого катета. Отже, $S = \frac{1}{2}\cdot8\cdot17=68$ см^2. **Відповідь: 68 см².**

277. а) $S = \frac{1}{2}\cdot4\cdot3 = 6$; б) $S = \frac{1}{2}\cdot3\cdot4 = 6$; в) $S = \frac{1}{2}\cdot2\cdot8 = 8$; г) $S = \frac{1}{2}\cdot4\cdot3 = 6$; д) $S = \frac{1}{2}\cdot4\cdot4 = 8$; е) $S = \frac{1}{2}\cdot3\cdot4 = 6$; ж) $S = \frac{1}{2}\cdot2\cdot5 = 10$. **Відповідь: а, б, г і е; в і д.**

278. 1) $h_a = b\sin45° = 3\sqrt{2}\frac{\sqrt{2}}{2} = 3$ см. $S = \frac{1}{2}\cdot9\cdot3 =$ **13,5 см²**;

2) $h_a = b\sin(180-150) = 3\sqrt{2}\,\frac{1}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ см, $S = \frac{1}{2}\cdot9\cdot\frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{27\sqrt{2}}{4}$ **см².**

279. Найбільша площа буде у поодинокому випадку – прямокутному трикутнику, $S = \frac{1}{2}\cdot7\cdot6=21$ см^2. 1) 21 < 23, **не може**; 2) 21 = 21, **може**; 3) 21 > 17, **може.**

280. $S_2 = 2S_1$, $S_1 = \frac{1}{2}\cdot6\cdot h_1=3h_1$ см^2, $S_2 = \frac{9}{2}h_2$ см^2. Звідси, $\frac{9}{2}h_2 = 6h_1$; $\frac{h_1}{h_2} = \frac{4}{3}$.

281. Основа: $a = 2\sqrt{17^2 - 5^2} = 4\sqrt{66}$ см. $S = \frac{1}{2}\cdot4\sqrt{66}\cdot5 = $ **$10\sqrt{66}$ см².**

282. Знайдемо площу трикутника та інший катет: $a = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24$ см, $S = \frac{1}{2}\cdot24\cdot10=120$ см^2. Звідси $h_a = \frac{2S}{a} = \frac{2\cdot120}{26} = 9\frac{3}{13}$ см. **Відповідь: $9\frac{3}{13}$ см.**

283. $S = \frac{1}{2}ah_a$. 1) $S = \frac{8}{2}ah_a$, **збільшиться у 8 разів**; 2) $S = \frac{1}{10}ah_a$, **зменшиться у 5 разів**; 3) $S = \frac{1}{2}\cdot12a\cdot\frac{1}{4}h_a = \frac{3}{2}ah_a$, **збільшиться у 3 рази**; 4) $S = \frac{1}{2\cdot63}ah_a$, **зменшиться у 63 рази.**

284. $\frac{1}{2}ACh_{AC} = \frac{1}{2}BCh_{BC}$, $\frac{BC}{AC} = \frac{h_{AC}}{h_{BC}} = \frac{9}{7}$. **Відповідь: сторони відносяться як $\frac{9}{7}$.**

285. $S = \frac{1}{2}ah_a$, $S = \frac{1}{2}bh_b$, $S = \frac{1}{2}ch_c$. Тоді $\frac{a}{b} = \frac{h_b}{h_a}$; $\frac{b}{c} = \frac{h_c}{h_b}$; $\frac{a}{c} = \frac{h_c}{h_a}$.

286. Медіана ділить сторону на два рівні відрізка, тобто у нас утворилося чотири трикутники з рівними основами та рівними висотами, їх площі – рівні.

287. ΔOBC = ΔAOD і ΔABO = ΔCOD (за трьома кутами), тобто висоти цих трикутників попарно рівні. Тоді, $h_{BC} = h_{AD} = \frac{1}{2}AB\sin\angle A$, $h_{AB} = h_{CD} =$

$+\frac{1}{\sin(\beta+\gamma)}\sqrt{\sin^2\beta + \sin^2\gamma - 2\sin\beta\sin\gamma\cos(\gamma+\beta)}$. $\alpha = 180 - 65 - 50 = 65°$.

$P = 6(\sqrt{(\frac{\sin65}{\sin115})^2 + 1 + 2\frac{\sin65}{\sin115}\cos50} + \sqrt{(\frac{\sin50}{\sin115})^2 + 1 + 2\frac{\sin50}{\sin115}\cos65} +$

$+\frac{1}{\sin115}\sqrt{\sin^2 65 + \sin^2 50 - 2\sin65\sin50\cos115} = 29{,}6$см. **Відповідь: Р = 29,6 см.**

161. а) **Не є ламана**, точки сполучаються не послідовно;
б) **проста ламана**, немає самоперетинів і точки сполучаються послідовно;
в) **проста замкнена ламана** (многокутник), точки сполучаються послідовно;
г); **ламана**, є самоперетини, точки сполучаються послідовно
д) **замкнена ламана**, є самоперетини, точки сполучаються послідовно;
е) **не ламана**, точки сполучаються не послідовно.

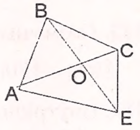
162. 1) 4 + 9 + 11 = 24 > 23, **можуть**; 2) 8 + 1 + 2 + 2 = 13 < 14, **не можуть**; 3) 5 + 8 + 1 + 3 = 17 = 17 **не можуть.**

163. З однієї вершини опуклого многокутника можна провести n – 3 діагоналей. Отже, з вершини дев'ятикутника можна провести 6 діагоналі. Загальну кількість діагоналей можна вичислити за формулою 0,5n(n – 3) = 27.
Відповідь: у дев'ятикутнику можна провести 27 діагоналей.

164. AM < AC + CM, AB < BE + AE, BC < BH + HC, CE < CK + EK, EH < HM + EM, HK < AK + AH, KM < BM + BK (сума двох сторін трикутника, завжди більша за третю сторону). Отже, AB + BC + CE + EH + HK+ KM + AM < AC + CM + BE + AE + + BH + HC + CK + EK + HM + EM + AK + AH + BM + BK.

165. Рішення на стор. 133, збірника задач..

166. AB < AO + OB, BC < BO + OC, CE < CO + OE, AE < AO + OE, звідси, $\frac{AB+BC+CE+AE}{2} < (AO + OC) + (BO + OE)$.
AC < AB + BC, AC < AE + CE; BE < AB +AE, BE < BC + CE.
Звідси, 2(AC + BE) < 2(AB + BC + CE + AE).
Відповідь: $\frac{AB+BC+CE+AE}{2}$ < AC + BE < AB + BC + CE + AE.



167. Сторони шестикутника рівні, отже рівні і кути між діагоналями. Тоді цей шестикутник складається з шести правильних трикутників. **Відповідь: ні.**

168. 180°(n – 2) = 180(6 – 2) = 720°, середня величина кута дорівнюватиме 720 : : 6 = 120° > 119°. **Відповідь: так, може.**

169. Якщо, кількість сторін збільшиться на 7, то і кількість кутів збільшиться не 7. Отже n = n + 7, 180°(n +7 – 2) = 180°(n + 5). Позначимо величину на яку збільшиться сума кутів через x. Тоді x + 180°(n – 2) = 180°(n + 5), x = 1260°. **Відповідь: сума кутів збільшиться на 1260°.**

170. Введемо коефіцієнт пропорційності – x. Тоді 5x + 6x + 7x + 8x + 8x + 9x + + 9x+ 9x + 9x = 180°(9 – 2), x = 18.
Відповідь: 90°, 108°, 126°, 144°, 144°, 162°, 162° 162°, 162°.

171. Позначимо невідомі кути, як α, β і γ. Тоді $\alpha = \frac{7}{5}\beta$, $\gamma = \frac{3}{5}\beta$. Тоді $115 + \frac{7}{5}\beta +$ $+ \beta + \frac{3}{5}\beta + (\frac{7}{5}\beta - \frac{3}{5}\beta) : 2 = 540°$, β = 125°; α = 175°, γ = 75°. β – γ = 50°.
Відповідь: 115°, 175°, 125°, 75°, 50°.

172. 180°(n – 2), при n > 3 на кожен кут до суми кутів додається 180°. Отже опуклий многокутник, з найбільшою кількістю гострих кутів – трикутник.

173. Кожен кут опуклого многокутника менший за 180°. Сума кутів шестикутника дорівнює 720°, 720 – 360 = 360° = 360°. **Відповідь: ні, не може.**

174. 180°(n – 2) = 2340, n = 15. Даний многокутник має 15 кутів, значить і 15 сторін. Відповідно, 15-ти кутник має 0,5 · 15 · (15 – 3) = 90.
Відповідь: заданий многокутник має 15 сторін і 90 діагоналей.

175. $0{,}5n(n-3) = 54$, $n^2 - 3n - 108 = 0$, n = 21, відповідно, кількість сторін дорівнює 21. S = 180(21 – 3) = 3240°. **Відповідь: кількість сторін – 21, S = 3240°.**

176. 180°(n – 2) – сума внутрішніх кутів, 360° – сума зовнішніх кутів многокутника. Тоді 180(n – 2) = 5 · 360°, n = 12. **Відповідь: многокутник має 12 сторін.**

177. Аналогічно попередній задачі, 180°(n – 2) = 360 + 1080, n = 10. **Відповідь: 10.**

178. **Ні.**

179. Фігура має центр симетрії, якщо кожній точці E цієї фігури відповідає така точка A тієї ж фігури, що відрізок EA проходить через центр симетрії і ділиться ним навпіл. Отже, симетричними можуть бути многокутники із парною кількістю кутів.

180. $\angle = \frac{180(n-2)}{n}$. 1) $\angle_{вн} = \frac{180(8-2)}{8} = 135°$; $\angle_{зов} = 180 - 135 = 45°$;

2) $\angle_{вн} = \frac{180(10-2)}{10} = 144°$; $\angle_{зов} = 36°$; 3) $\angle_{вн} = \frac{180(15-2)}{15} = 156°$; $\angle_{зов} = 24°$.

181. 1) $\frac{180(n-2)}{n} = 172°$, n = 45; 2) внутрішній кут дорівнює 180 – 24 = 156°,

$\frac{180(n-2)}{n} = 156°$, n = 15. **Відповідь: 1) 45 сторін, 2) 15 сторін.**

182. Позначимо внутрішній кут через x, тоді зовнішній дорівнює x – 156. Звідси, x – 156 + x = 180°, x = 168°. $\frac{180(n-2)}{n} = 168°$; n = 30. **Відповідь: 30 сторін.**

183. Позначимо внутрішній кут через x, тоді зовнішній дорівнює 180 – x. Тоді, 180n – 180(n – 2) = 468 – x, x = 108°. $\frac{180(n-2)}{n} = 108°$; n = 5. **Відповідь: 5.**

184. Внутрішній кут правильного п'ятикутника дорівнює 108°, ∠ BAC = = ∠ EAD = (180 – 108) : 2 = 36°. Тоді ∠ CAD = 108 – 36 – 36 = 36°.
Відповідь: ∠ CAD = 36°.

185. ∠ OAB = (180 – 15) : 2 = 82,5°. $\frac{180(n-2)}{n} = 165°$; n = 24. **Відповідь: 24 сторін.**

186. Центральний кут правильного многокутника дорівнює зовнішньому куту.
1) $180 - \frac{180(4-2)}{4} = 90°$; 2) $180 - \frac{180(12-2)}{12} = 30°$; 3) $180 - \frac{180(72-2)}{72} = 5°$.

187. Внутрішній кут дорівнює 180 – 24 = 156°, $\frac{180(n-2)}{n} = 156°$; **n = 15.**

188. Чим більше кутів має многокутник, тим більше його внутрішній кут. Отже внутрішній кут найменший у многокутника із найменшою кількістю кутів – це трикутник. У трикутника внутрішній кут дорівнює 60°. **Відповідь: 60°.**

189. Проведемо найбільші діагоналі шестикутника. Точки перетину діагоналей із колом з'єднаємо із точками дотику кола із сторонами шестикутника. Отримаємо правильний дванадцятикутник.

190. Центральний кут дванадцятикутника дорівнює 30°. Отже побудуємо прямі, які проходять через вершини даної сторони і утворюють рівнобедрений трикутник з кутом при вершині 30°. На бічній стороні утвореного трикутника побудуємо рівний йому трикутник. Повторимо побудову до тих пір

метр квадрата зменшиться у 9 разів.

252. S = ab. 1) S = 8ab - **збільшиться у 8 рази**; 2) $S = \frac{ab}{3}$ - **зменшиться у 3 рази**; 3) $S = \sqrt{5}a \cdot \sqrt{5}b = 5ab$ - **збільшиться у 5 разів**; 4) $S = \frac{a}{11} \cdot \frac{b}{10} = \frac{ab}{110}$ - **зменшиться у 110 разів**; 5) $S = \sqrt{8}a \cdot \frac{b}{\sqrt{2}} = 2ab$ - **збільшиться у 2 рази**; 6) $S = \frac{a}{m}\frac{b}{n} = \frac{ab}{mn}$ - **зменшиться у mn разів**; 7) $S = aa_k \cdot \frac{b_k}{b} = \frac{a}{b}a_k b_k$ - **зміниться на величину** $\frac{a}{b}$.

253. $\frac{P_1}{P} = \frac{4a_1}{4a} = 8$, $a_1 = 8a$. Звідси, $S = a^2$, $S_1 = 64a^2$. **Відповідь:** $\frac{S_1}{S} = 64$.

254. $S = S_1 - S_2$, $c^2 = a^2 - b^2$, де a, b і c – сторони квадратів. З отриманого рівняння: a – гіпотенуза, b і c – катети прямокутного трикутника. Отже, треба побудувати трикутник, де гіпотенуза і один з катетів – сторони даних квадратів, інший катет буде стороною шуканого квадрата.

255. $\frac{S_1}{S} = \frac{a_1^2}{a^2} = \frac{1}{5}$, $a_1 = \frac{a}{\sqrt{5}}$. Отже квадрат зі стороною $\frac{a\sqrt{5}}{5}$, де a – сторона даного квадрата, буде шуканим.

256. Сторона шуканого квадрата буде дорівнювати $\sqrt{2ab}$ (задача 245).

257. Сторона шуканих квадратів: $S_1 = \frac{S}{2}$; $a_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}a$, дорівнює половині діагоналі даного квадрата. Отже, дані лінії – це діагоналі даного квадрата.

258. $R = \frac{a}{\sqrt{2}} = 4$ см, $a_{\square} = 2R = 8$ см. $S_{\square} = 64$ см². **Відповідь: 64 см².**

259. $S_{\square} = ah_a = 16 \cdot 9 = 144$ см². **Відповідь: 144 см².**

260. а) S = 4 · 4 = 16; б) S = 3 · 3 = 9; в) S = 2 · 8= 16; г) S = 3 · 3= 9; д) S = 4 · 4= 16; е) S = 3 · 4 = 12; ж) S = 2 · 4= 8. **Відповідь: а, в і д; б і г – рівні по площі.**

261. Висота, опущена не більшу сторону дорівнює h = 8sin(180 – 150)=4 см. Звідси, S = 4·14 = 56 см². **Відповідь: 56 см².**

262. Аналогічно попередній задачі, $h = 9\sqrt{2}\sin 45° = 9$ см. $S = 9\sqrt{2} \cdot 9 = 81\sqrt{2}$ см².
Відповідь: $81\sqrt{2}$ см².

263. Найбільша площа буде при найбільшій висоті, найбільша висота при sin α = 1, α = 90 °. Отже, найбільша площа буде у прямокутника.

264. Припустимо, один з кутів ромба дорівнює x см, тоді інший – (x +120) см, x + x +120 = 180, x = 30°. Тоді $h = 6\sqrt{3}\sin 30° = 3\sqrt{3}$ см. $S = 6\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{3} = 54$ см².
Відповідь: 54 см².

265. Відстань між сторонами паралелограма дорівнює висоті. $a = \frac{S}{h_a} = \frac{56}{14} = 4$ см.
Відповідь: 4 см.

266. $h_a = \frac{S}{a} = \frac{120}{15} = 8$ см, $h_b = \frac{S}{b} = \frac{120}{10} = 12$ см. **Відповідь: 8 см і 12 см.**

267. $h_a = \frac{S}{a} = \frac{56}{8} = 7$ см; $b = \frac{h_a}{\sin 60°} = \frac{14\sqrt{3}}{3}$ см. **Відповідь: $\frac{14\sqrt{3}}{3}$ см.**

268. Припустимо, висота паралелограма дорівнює x см, тоді сторона – 7x см. x·7x = 112, x = 4 см. **Відповідь: h_a = 6 см, a = 42 см.**

отримані результати і отримаємо $4\sqrt{2} < 2\pi < 4\sqrt{3}$, $2\sqrt{2} < \pi < 2\sqrt{3}$.

233. $12° = \frac{\pi}{180}12 = \frac{\pi}{15}$; $45° = \frac{\pi}{180}45 = \frac{\pi}{4}$; $72° = \frac{\pi}{180}72 = \frac{2\pi}{5}$; $105° = \frac{\pi}{180}105 = \frac{7\pi}{12}$;

$135° = \frac{\pi}{180}135 = \frac{3\pi}{4}$; $330° = \frac{\pi}{180}330 = \frac{11\pi}{6}$.

234. $\frac{180\frac{\pi}{30}}{\pi} = \mathbf{6°}$; $\frac{180\frac{\pi}{8}}{\pi} = \mathbf{22,5°}$; $\frac{180\frac{\pi}{4}}{\pi} = \mathbf{45°}$; $\frac{180\frac{\pi}{3}}{\pi} = \mathbf{60°}$; $\frac{180\frac{5\pi}{6}}{\pi} = \mathbf{150°}$;

$\frac{180\frac{7\pi}{4}}{\pi} = \mathbf{315°}$; $\frac{180 \cdot 5\pi}{\pi} = \mathbf{900°}$.

235. Для радіанної міри кута: $l = Rn = 2 \cdot 5 = 10$ см. **Відповідь: 10 см.**

236. Сума кутів трикутника дорівнює $180(n-2)°$, 1 рад $\approx 57°$, значить усі кути многокутника не можуть дорівнювати цілому числу радіан.

237. $S = a^2$. 1) $S = 16^2 = \mathbf{256}$ **см²**; 2) $S = 5,5^2 = \mathbf{30,25}$ **см²**; 3) $S = (\sqrt{a})^2 = \mathbf{a}$ **см²**.

238. $S = a^2$. 1) $a = 6\frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$ см, $\mathbf{S = 18}$ **см²**; 2) $a = 8\sqrt{2}\frac{\sqrt{2}}{2} = 8$ см, $\mathbf{S = 64}$ **см²**;

3) $a = a\sqrt{2}\frac{\sqrt{2}}{2} = a$ см, $\mathbf{S = a^2}$ **см²**.

239. $S = a \cdot b$. 1) $S = 16 \cdot 9 = \mathbf{144}$ **см²**; 2) $S = 0,6 \cdot 4,9 = \mathbf{2,94}$ **см²**.

240. 1) $a = \sqrt{256} = \mathbf{16}$ **дм**; 2) $a = \sqrt{6,76} = \mathbf{2,6}$ **см**; 3) $a = \sqrt{20} = \mathbf{2\sqrt{5}}$ **м**; 4) $a = \mathbf{2\sqrt{2a}}$ **см.**

241. $a = 8\sqrt{2}$ см, $S = 48$ см², тоді $b = 48 : 8\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$ см. **Відповідь:** $\mathbf{3\sqrt{2}}$ **см.**

242. Діагональ прямокутника розбиває його на два прямокутні трикутника, значить $a = 12\sqrt{3}\sin 60° = 18$ см, $b = 12\sqrt{3}\cos 60° = 6\sqrt{3}$ см. Тоді $S = 108\sqrt{3}$ см².

Відповідь: $\mathbf{108\sqrt{3}}$ **см².**

243 Введемо коефіцієнт пропорційності x, тоді $x \cdot 8x = 144$, $x = 4$.

Відповідь: 4 см і 32 см.

244. Припустимо, сторони прямокутника дорівнюють a і b, тоді $\frac{a+b}{2} = 7$, $a = 14 - b$. Звідси, $b(14 - b) = 48$, $b = 6$ см. **Відповідь: 6 см і 8 см.**

245. Площа квадрата: $S = 6^2 = 36$ см². З площі прямокутника: $a = 18 : 9 = 2$ см.

Відповідь: 2 см.

246. $a = 2r$, $S = (2r)^2 = 4r^2$. **Відповідь:** $\mathbf{4r^2}$.

247. $P = 4a$, $S = a^2$. Тоді $2a^2 = 4a$, $a = 2$. **Відповідь: 2.**

248. Згідно малюнка $S_{ABCD} = a^2$. Знайдемо його площу через площі фігур:

$S_{BEKM} = S_{FKPD} = b(a-b)$, $S_{ECPK} = b^2$, $S_{AMKF} = (a-b)^2$. Звідси, $a^2 = 2b(a-b) + b^2 + (a-b)^2$; $a^2 - b^2 = (a-b)(2b + a - b)$. Отже, $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$.

249. Якщо квадрати не рівні, то їх сторони не рівні, значить і площі не рівні.

Відповідь: ні.

250. $S = a^2$. 1) $S = (\frac{a}{9})^2 = \frac{a^2}{81}$, **зменшиться у 81 раз**; 2) $S = (\sqrt{3}a)^2 = 3a^2$, **збільшиться у 3 рази**; 3) $S = (na)^2 = n^2a^2$, **збільшиться у** $\mathbf{n^2}$ **разів.**

251. $a = \frac{d\sqrt{2}}{2}$. $d_1 = \frac{d}{9}$, $a_1 = \frac{\sqrt{2}d}{18}$. $S = a^2 = \frac{d^2}{2}$; $S_1 = a_1^2 = \frac{d^2}{162}$. $\frac{S_1}{S} = \frac{1}{81}$ - **площа зменшиться у 81 раз.** $P = 4\frac{d\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}d$, $P_1 = 4 \cdot \frac{\sqrt{2}d}{18} = \frac{2\sqrt{2}}{9}d$. $\frac{P_1}{P} = \frac{1}{9}$ - **пери-**

доки ламана, яка складається з даних відрізків не стане замкненою. Ця ламана і буде правильний дванадцятикутник.

191. Через центр кола проведемо чотири прямі, під 45° одна до одної. Через точки перетину цих прямих з колом проведемо перпендикулярні (до побудованих) прямі. Точки перетину цих прямих будуть вершинами шуканого восьмикутника.

192. Центральний кут правильного многокутника дорівнює зовнішньому куту, а сума зовнішнього і внутрішнього кутів дорівнює 180°. Отже сума центрального і внутрішнього кутів многокутника також дорівнює 180°.

193. З'єднаємо кожну вершину многокутника з центром кола і отримаємо n рівних трикутників (за трьома сторонами). У рівних трикутників кути рівні.

Відповідь: ні.

194. З'єднаємо вершини 2n-кутника через одну. Отримаємо рівнобедрений трикутник з основою, яка є стороною утвореного многокутника. Бачимо, що кожна утворена сторона відтинає від многокутника одну вершину. Отже, утворений многокутник – n-кутник.

195. За теоремою, многокутник, який є вписаним у коло і описаним навколо кола є правильним.

196. $R = \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$ см, $r = \frac{a}{2} = \frac{6}{2} = 3$ см. **Відповідь:** $\mathbf{3\sqrt{2}}$ **см і 3см.**

197. $\frac{a}{\sqrt{2}} = 2$, $a = 2\sqrt{2}$ **см**, $r = \frac{a}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$ см. **Відповідь:** $\mathbf{2\sqrt{2}}$ **см і** $\mathbf{\sqrt{2}}$ **см.**

198. $\frac{a}{2\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}$, $a = 24$ см, $R = \frac{a}{\sqrt{3}} = 8\sqrt{3}$ см. **Відповідь:** $\mathbf{R = 8\sqrt{3}}$ **см,** $\mathbf{a = 2}$[illegible]

199. $\frac{a}{2\sin\frac{180°}{n}} = 6$, $\frac{a}{2\operatorname{tg}\frac{180°}{n}} = 3\sqrt{2}$; з другого рівняння $a = 3\sqrt{2}\operatorname{tg}\frac{180}{n}$, підставимо у перше рівняння $\frac{3\sqrt{2}\operatorname{tg}\frac{180}{n}}{2\sin\frac{180}{n}} = 6$, $\cos\frac{180}{n} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\frac{180°}{n} = 45°$, $n=4$. Тоді $a = 3\sqrt{2}\operatorname{tg}45° = 3\sqrt{2}$ см.

Відповідь: $\mathbf{n = 4}$, $\mathbf{a = 3\sqrt{2}}$ **см.**

200. $\frac{a}{\frac{a}{2\operatorname{tg}\frac{180}{n}}} = 2\operatorname{tg}\frac{180}{n} = 2$, тоді $\operatorname{tg}\frac{180}{n} = 1$, $\frac{180}{n} = 45°$, $n = 4$. **Відповідь: так, це квадрат.**

201. Для квадрата, $r = \frac{a}{2} = \frac{8}{2} = 4$ см; для трикутника $R = \frac{a}{\sqrt{3}} = 4$, $a = 4\sqrt{3}$ см.

Відповідь: сторона трикутника $\mathbf{a = 4\sqrt{3}}$ **см.**

202. $R - r = 4$ см (за умовою), тоді $a - \frac{a\sqrt{3}}{2} = 4$, $a = \frac{8}{2-\sqrt{3}}$ см. $R = a = \frac{8}{2-\sqrt{3}}$ см, $r = \frac{8\sqrt{3}}{2(2-\sqrt{3})} = 8\sqrt{3} + 12$ см. **Відповідь:** $\mathbf{8\sqrt{3} + 16}$ **см і** $\mathbf{8\sqrt{3} + 12}$ **см.**

203. Припустимо, сторона вписаного трикутника дорівнює a, а сторона описаного – b. Дане коло є для одного трикутника вписаним, для іншого – описаним, звідси $\frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{b}{2\sqrt{3}}$; $\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$. **Відповідь:** $\mathbf{\frac{1}{2}}$.

204. Знайдемо радіус вписаного у трикутник кола $r = \frac{a}{2\sqrt{3}}$, тоді сторона квадрата: $a_k = R\sqrt{2} = \frac{a}{\sqrt{6}}$. Звідси, шуканий радіус: $r = \frac{a}{2\sqrt{6}}$. **Відповідь:** $\mathbf{r = \frac{a\sqrt{6}}{12}}$ **см.**

205. Радіус кола описаного навколо шестикутника буде $R = a$ см, сторона трикутника: $a_{тр} = 2\sqrt{3}a$ см. Радіус кола описаного навколо трикутника дорівнює $R = \frac{2\sqrt{3}a}{\sqrt{3}} = 2a$ см. **Відповідь: 2а см.**

206. Сторона даного трикутника $a = 8\sqrt{3}$ см, сторона даного квадрата дорівнює стороні трикутника $a = 8\sqrt{3}$ см. Отже радіус кола описаного навколо квадрата: $R = \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{6}$ см. **Відповідь: $4\sqrt{6}$ см.**

207. Опишемо навколо восьмикутника коло, для квадрата це коло також буде описаним. Знайдемо радіус цього кола $R = \frac{a}{2\sin\frac{180}{8}} = \frac{a}{2\sin 22{,}5^\circ}$ см. Сторона квадрата дорівнює $a_k = R\sqrt{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2\sin 22{,}5^\circ} = a(1+\frac{\sqrt{2}}{2})$ см. **Відповідь: $a(1+\frac{\sqrt{2}}{2})$ см.**

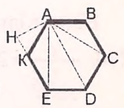
208. Опишемо навколо восьмикутника коло, AC – сторона вписаного в це коло квадрата, AE – діаметр. Знайдемо сторону квадрата $AC = R\sqrt{2}$ см. AE – діаметр $AE = 2R$ см. ΔADE – прямокутний (вписаний, гіпотенуза – діаметр),

$AD = AE\sin\angle AED = 2R\sin\frac{135}{2} = R\sqrt{2+\sqrt{2}}$ см.

Відповідь: $AC = R\sqrt{2}$ см, $AD = 2R$ см, $AD = R\sqrt{2+\sqrt{2}}$ см.

209. Довжина хорди дорівнює 6 см, отже сторони вписаних трикутника і шестикутника також дорівнюють 6 см. Радіус описаного навколо шестикутника кола $R_ш = a = 6$ см, навколо трикутника – $R_\Delta = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$ см. Відстань між центрами кіл дорівнює радіусу описаного навколо трикутника кола. **Відповідь: $2\sqrt{3}$ см.**

210. Позначимо сторону шестикутника – а, центральний його кут дорівнює 60°, внутрішній – 120°, зовнішній - 60°. Висоти трикутників AKE і ABC, AED і ACD – рівні, адже рівні самі трикутники. $AH = AK\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}a$. AD – діаметр, $AD = 2R = 2a$. ΔAED – прямокутний, AE – катет і висота на сторону ED. $AE = 2AD\sin 60^\circ = a\sqrt{3}$ см.



Відповідь: 1 : 2 : 2 : 1.

211. Впишемо коло у трикутник, воно буде вписаним і до шестикутника, тоді $r = \frac{a}{2\sqrt{3}}$ см. Сторона шестикутника: $a = \frac{a}{2\sqrt{3}}\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a}{4}$ см. **Відповідь: $\frac{a}{4}$ см.**

212. Стор. 133 збірника завдань, мал. 127.

213. Стор. 134 збірника завдань, мал. 128.

214. Стор. 134 збірника завдань.

215. $l=2\pi R$. 1) l = **18,84 см**; 2) l = **3,14 см**; 3) l = **$4\pi^2$ см**; 4) l = **$18\pi^3$ см.**

216. $R = d - \pi = \pi$ см, $l = 2\pi^2$ см. **Відповідь: $2\pi^2$ см.**

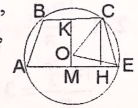
217. 1) $R = \frac{1}{2\pi}$ = **0,16 см**; 2) $R = \frac{8}{2\pi}$ = **1,27 см**; 3) $R = \frac{3\pi}{2\pi}$ = **1,5 см**; 4) $R = \frac{9\pi^2}{2\pi}$ = **4,5π см.**

218. Припустимо, довжини даних кіл дорівнюють l_1 і l_2, тоді $l = l_1 + l_2 = 2\pi(R_1 - R_2)$,

$R = \frac{2\pi(R_1-R_2)}{2\pi} = R_1 - R_2$, де R – радіус шуканого кола. Отже, треба побудувати коло радіусом, який дорівнює різниці радіусів даних кіл.

219. 1) $l=8\pi r$ довжина збільшилась у 4 рази; 2) $l = 2\pi r - 8\pi$, зменшилась на 8π.

220. Нехай AB і CE – дані хорди, ABCE – рівнобічна трапеція, тоді $HE = (16 - 12) : 2 = 2$ см. Позначимо OM через x, $KO = 14 - x$; $x^2 + 8^2 = (14-x)^2 + 6^2$, $x = 6$ см, $OE = R = \sqrt{6^2+8^2} = 10$ см.

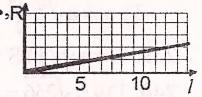


$l = 2\pi R = 20\pi$ см. **Відповідь: 20π см**

221. Довжина одного витка котушки дорівнює довжині кола з радіусом рівним радіусу котушки. $l = 2\pi R = 9{,}42$ см. Отже, кількість повних витків складатиме: $n = 40 : 9{,}42 = 4{,}25$. **Відповідь: 4 повних витка.**

222. Знайдемо відстань, яку велосипедист проїжджає за одне коло: $s = 100\cdot\pi = 314$ м. Тоді $v = \frac{314\cdot 45}{1000} = 14{,}13$ км/год. **Відповідь: 14 км/год.**

223. $R = \frac{l}{2\pi}$, радіус і довжина кола мають лінійну залежність, значить графіком буде промінь, який виходить з початку координат.



224. $l = \frac{\pi R}{180}n$. 1) $l = \frac{4\pi}{180} = \frac{\pi}{45}$ **см**; 2) $l = \frac{4\pi}{180}\cdot 45$ = **1π см**; 3) $l = \frac{4\pi}{180}\cdot 135$ = **3π см**; 4) $l = \frac{4\pi}{180}\cdot 180$ = **4π см**; 5) $l = \frac{4\pi}{180}\cdot 345 = \frac{23}{3}$ **π см.**

225. $R = \frac{180\cdot l}{\pi n} = \frac{180\cdot 8\pi}{24\pi} = 60$ см. **Відповідь: 60 см.**

226. $n = \frac{180\cdot l}{\pi R} = \frac{180\cdot 5\pi}{20\pi} = 45^\circ$. **Відповідь: 45°.**

227. $n = \frac{180\cdot l}{\pi R} = \frac{180\cdot 2\pi}{8\pi} = 45^\circ$. **Відповідь: шукана дуга містить 45°.**

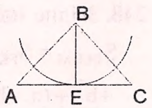
228. $l = 2\pi R_1$, $l = \frac{\pi R}{180}n$, тоді $R_1 = \frac{\pi R n}{360\pi} = \frac{6\cdot 240}{360} = 4$ см. **Відповідь: 4 см.**

229. Знайдемо довжину дуг AB і AC. $AB = R = m$, звідси $AB = \frac{\pi R}{180}n = \frac{\pi m}{180}90 = \frac{\pi m}{2}$,

$AC = \frac{\pi\frac{m}{2}}{180}180 = \frac{\pi m}{2}$ Тоді $P_{ABC} = \frac{\pi m}{2} + \frac{\pi m}{2} + m = m(1+\pi)$. **Відповідь: $m(1+\pi)$.**

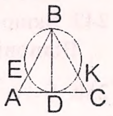
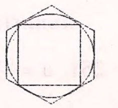
230. $\angle EAB = \angle EBA = \angle EBC = 45^\circ$, звідси $BE = r = 8\frac{\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$ см.

Тоді $l = \frac{\pi r}{180}n = \frac{4\sqrt{2}\pi}{180}90 = 2\sqrt{2}\pi$ см. **Відповідь: $2\sqrt{2}\pi$ см.**



231. ΔABC – рівносторонній, $\angle ABC = 60^\circ$, $BD = d = \sqrt{6^2-3^2} = 3\sqrt{3}$ см.

Тоді $l = \frac{\pi\frac{3\sqrt{3}}{2}}{180}\cdot 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}\pi$ см. **Відповідь: $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi$ см.**



232. Знайдемо сторони квадрата та шестикутника $a_\square = \sqrt{2}R = \sqrt{2}$ см і $a_6 = \frac{2r}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ см. Тоді периметри цих фігур будуть $a_\square = 4\sqrt{2}$ см, $a_{12} = \frac{2\sqrt{3}}{3}6 = 4\sqrt{3}$ см. Довжина кола: $l = 2\pi R = 2\pi$. Порівняємо